UCA
Universidad de Cádiz

UNIVERSIDAD DE CÁDIZ

Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Especialidad Matemáticas

TRABAJO FIN DE MÁSTER

PROYECTO:

"¿CÓMO MEDIMOS NUESTRO MUNDO?"

Propuesta de Intervención para la Docencia de Geometría Plana y Espacial en el curso de 3º de E.S.O.

FRANCISCO DE PAULA GARCÍA GALINDO

TUTORA: MARÍA DEL PILAR AZCÁRATE GODED

Facultad de Ciencias de la Educación
Junio 2015

DECLARACIÓN PERSONAL DE NO PLAGIO

D. Francisco de Paula García Galindo, provisto de D.N.I. 32.056.133-K, estudiante del “Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Especialidad Matemáticas”, de la Universidad de Cádiz en el curso académico 2014/2015, como autor del presente Trabajo Fin de Máster titulado “Propuesta de Intervención para la Docencia de Geometría Plana y Espacial en el curso de 3º de E.S.O.”, y que será defendido en la Facultad de Ciencias de la Educación en la convocatoria de Junio 2015,

DECLARO:

El firmante de este Trabajo Fin de Máster declara que su contenido es original y de su autoría, asumiendo las responsabilidades que de cualquier plagio detectado pudieran derivarse. No obstante, quiere hacer notar que, como en todo trabajo académico, a lo largo del trabajo se incluyen ideas y afirmaciones aportadas por otros autores, acogiéndose en tal caso al derecho de cita.

En Puerto Real, a 16 de Junio de 2015

Fdo.: D. Francisco de Paula García Galindo

"Tended a ser un poco aprendices de todo, para vuestro bien, y maestros en algo, para bien de los demás".

Pedro Puig Adam

"La buena didáctica es aquella que deja que el pensamiento del otro no se interrumpa y que le permite, sin notarlo, ir tomando buena dirección."

Enrique Tierno Galván

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS E ILUSTRACIONES

ÍNDICE DE ABREVIATURAS

AP	Aprendizaje por proyectos.
CE	Cuaderno del Estudiante.
CTS	Ciencia, Tecnología y Sociedad (orientación).
ESO	Educación Secundaria Obligatoria.
LGE	Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa.
MAES	Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.
MP	Memoria de Prácticas.
TFM	Trabajo Fin de Máster.
TP	Tutor de prácticas.
UD	Unidad didáctica.

¿CÓMO MEDIMOS NUESTRO MUNDO?

Resumen

En este Trabajo Fin de Máster se desarrolla un trabajo monográfico destinado a la mejora de la Unidad Didáctica sobre Geometría Plana y Espacial para un grupo de 3º ESO, puesta en práctica durante el anterior período de prácticas en centros. Dicho trabajo parte de un análisis de los referentes teóricos aprendidos durante el Máster y los referentes prácticos obtenidos durante mi ejercicio como docente.

Fruto de este análisis se produce una crítica razonada que se aplica en la modificación de la unidad propuesta inicialmente. Se concluye el trabajo reflexionando sobre los conocimientos obtenidos a lo largo del Máster, y su posible aplicación a la práctica profesional real.

HOW TO MEASURE OUR WORLD?

Abstract

In this Master's Thesis a monographic work aimed at improving the teaching unit on Plane and Spatial Geometry for a group of 3rd ESO has been developed. This has been tested during the previous period of internship centers. This work begins with an analysis of the theoretical framework studied during the Master and those practical references obtained during my tenure as a teacher.

The result of this analysis produces a reasoned criticism applied in the modification of the teaching unit firstly proposed. The paper concludes by reflecting on the knowledge gained along the Master and its potential application to actual practice.

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo académico se presenta como Trabajo Fin del Máster (TFM) Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (MAES), para la especialidad de matemáticas, en su convocatoria de junio 2015, celebrado en la Universidad de Cádiz durante el curso académico 2014-2015.

Para su realización, desde la Coordinación se ofrecen tres posibilidades que, en el caso de las características de la especialidad de matemáticas, se reducen a dos: "trabajo monográfico orientado a la mejora educativa" o "investigación educativa orientada a la práctica y a la mejora educativa". Atendiendo que la labor docente se basa en la planificación y la elaboración continua de unidades didácticas (UD), se opta por esta modalidad, que me permite continuar el aprendizaje para el futuro docente.

Entendemos una UD como una propuesta de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos (Rico y Segovia, 2001), destinada a un alumnado de tercer curso de Educación Secundaria (ESO).

Bajo el título del Proyecto - UD se trabajan los conocimientos de la geometría plana y espacial: Figuras geométricas, Teorema de Pitágoras, Teorema de Thales, Semejanza entre Figuras y Cuerpos Geométricos. Elegimos el título ***"¿Cómo medimos nuestro mundo?"*** porque resume claramente el objetivo perseguido: permitir la alfabetización científica y matemática de los alumnos (DeBoer, 2000) y dotarles de herramientas para la participación activa en la vida diaria, y no meramente obtener conocimientos destinados a continuar sus estudios científicos (Valdés y Romero, 2011). Todo ello, desde una metodología de aprendizaje por proyectos (AP) y desde una orientación "Ciencia, Tecnología y Sociedad" (CTS).

Mi participación como docente durante el Prácticum me ha permitido comprobar que el interés de los alumnos por las matemáticas decrece significativamente a medida que se asciende en los cursos escolares, así como la percepción de la utilidad de las matemáticas para su puesta en la práctica real.

> *"Este hecho, tal vez se explique por la forma en que se explican y presentan las matemáticas, en muchos casos, alejadas de la vida real, de forma descontextualizada, de manera que los estudiantes no perciben cual es la relación de los contenidos matemáticos que estudian*

con el aumento de su competencia para ser capaces de resolver problemas de la vida cotidiana. De ahí la insistencia de muchos de los investigadores de la necesidad de conectar la teoría con la práctica, especialmente en los menos capaces o en aquellos que presentan un ritmo de aprendizaje más lento" (Núñez, González-Pienda, Álvarez, González-Castro, González-Pumariega, et al 2005, p. 2395).

No hay otra asignatura en la que sea más necesaria la relación y conexión continua entre lo estudiado y su aplicabilidad en la vida real. Se trabajará pues con una orientación de enseñanza-aprendizaje CTS, que se ha venido aplicando con excelentes resultados para los tópicos relacionados con la ciencia y la tecnología desde finales de la década de los 70 (López, 1998). Las matemáticas son un vertebrador de la ciencia y la tecnología, por lo que si conseguimos vincular estas con un contexto ambiental y social, la motivación y el interés de los alumnos para su estudio aumentará (González, Mazarío y Mazarío, 2001). A este respecto, Solves y Vilches (1992), detectan que:

"En el análisis de los libros de texto realizado constatamos que en general, en nuestro país, los libros de texto ofrecen una imagen de la ciencia empirista [igualmente para las matemáticas], acumulativa y operativa, que no tiene en cuenta aspectos cualitativos, de tipo histórico, sociológico, humanístico, tecnológico, etc., es decir de relaciones Ciencia/ Técnica/Sociedad" (p.2).

Durante el primer período de practicum pude comprobar que los libros de texto actuales siguen conservando los defectos enunciados por Solves y Vilches. Se hacía complicado encontrar en la programación o en los libros de texto actividades de tipo actitudinal que ayuden a paliar este problema (González et al., 2001).

La solución a la que se llegó fue crear un nuevo material que, desde una orientación CTS con mecánicas de AP, incentive y motive a aprender matemáticas. Por este motivo se desarrolló un "Cuaderno del Estudiante" (CE), que afronta el tema desde una perspectiva fundamentalmente práctica. Dicho cuaderno, analizado durante la Memoria de Prácticas (MP), será objeto de mejora durante este TFM.

Pero antes afrontar la mejora del proyecto - UD previo se deben poner de manifiesto los referentes teóricos empleados para la realización de esta y que devienen tanto de la formación que hemos recibido durante el transcurso del MAES, como de la confrontación práctica por la experiencia adquirida durante el Practicum.

No podemos olvidar que los profesores noveles necesitamos de una formación constante para adquirir los recursos necesarios para la docencia. Corremos el riesgo de caer en la concepción academicista de la enseñanza y considerar que la simple formación científica es suficiente. Desde que se facilitó la educación universal a todos los alumnos-as este esquema ya no es válido, lo que requiere del profesor un mayor esfuerzo y formación. Los referentes teóricos y prácticos se vuelven fundamentales.

Una vez definidos y contrastados los referentes teóricos se analiza la UD previa buscando los vicios y virtudes de la misma, así como de los materiales, recursos y estrategias empleadas. Dicho análisis se sintetizará mediante el uso de una matriz DAFO, que *"actualmente se está utilizando en el mundo de la educación para evaluar programas, situaciones, actuaciones, experiencias, cursos… con el objetivo de realizar un análisis en profundidad, detectar necesidades, buscar estrategias y realizar propuestas de mejora*" (Moral, Arrabal y González, 2010, p.168).

Con los resultados obtenidos se modifica la dicho proyecto – UD previos con intención de mejorar la dinámica de aula, la programación de sesiones, establecer un discurso lineal coherente con las capacidades de los alumnos y los objetivos, así como proponer actividades ordenadas por grado de dificultad creciente.

Para finalizar el TFM se lleva a cabo una valoración general acerca de la influencia del MAES en mi formación y actuación como docente, los aspectos que considero más relevantes, qué postulados he detectado como menos provechosos de lo que teóricamente se afirma, así como las dificultades personales detectadas en mi capacitación docente y consecuentes necesidades de formación futura. En definitiva, un proceso de crítica constructiva personal y un proceso de reflexión de todo el conocimiento adquirido poniendo en práctica la competencia básica de todo profesor-alumno: "aprender a aprender"

2. CONTRASTE ENTRE LOS REFERENTES TEÓRICOS Y LA PRÁCTICA

Desde mi punto de vista, e independientemente de la programación temporal seguida durante el MAES, los aprendizajes conseguidos en el transcurso del MAES se obtienen por dos vías claramente diferenciadas: teoría y práctica.

La vertiente teórica fue impartida por profesores universitarios en las dependencias de la Facultad de Ciencias de la Educación. La composición del profesorado ha sido diversa, desde profesores con una gran experiencia práctica en la docencia en Centros de Educación Secundaria hasta especialistas teóricos con dilatada experiencia investigadora.

Las asignaturas cursadas de carácter generalista son: Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad; Innovación Educativa e Iniciación a la Investigación; Procesos y Contextos Educativos; Sociedad y Familia y la optativa Uso de las TIC en Educación Secundaria. A su vez, se han cursado asignaturas específicamente dirigidas a la formación de docentes especialistas en matemática. Estas asignaturas son: Complementos de Formación y Enseñanza y Aprendizaje.

La segunda vía formativa consiste en una vertiente práctica gracias a la realización del Practicum en Centros de Educación Secundaria y que permite contrastar los aprendizajes teóricos con el día a día de la experiencia docente. Las prácticas se segregan en dos módulos. Durante el primero, el objetivo será la aclimatación al centro, al Tutor de Prácticas (TP) y al grupo clase al que se le impartirá docencia. En el segundo módulo se pone en práctica una UD desarrollada por el estudiante, y que en el presente TFM se propone analizar y mejorar.

Todos los referentes teóricos serán enunciados y confrontados con la experiencia obtenida en el Practicum. Dicha experiencia está ineludiblemente influenciada por las características del centro, el TP y los grupos de alumnos con los que he convivido durante las 7 semanas que duraron las prácticas.

Las citadas prácticas se llevaron a cabo en el Instituto Público Seritium, de Jerez de la Frontera. El centro se sitúa en una zona de expansión reciente de la ciudad y su radio de influencia es bastante extenso. Esto hace que deba atender a una gran población muy heterogénea. El centro ofrece cinco líneas en los cursos de educación secundaria y bachillerato más un ciclo de formación profesional.

Si bien con mi tutora y otros profesores participé de varias unidades docentes, la mayor parte del contraste entre los referentes teóricos y la práctica se llevó a cabo en el curso 3º ESO-D, en el que puse en práctica la UD previa.

El grupo aula se compone de 33 alumnos con similar cupo de alumnos que de alumnas. El conjunto de la clase se mantiene constante desde el primer curso de ESO lo que, conjuntamente con el carácter afable de la mayoría de los estudiantes, propicia un clima de compañerismo y cordialidad, así como un excesivo relajamiento en cuanto a la disciplina en clase, siendo frecuente conductas de desatención, charla y juego en el aula.

2.1 Relativo a lo aprendido en el módulo común

En las asignaturas del módulo común se estudia, a nivel general, los factores que participan en todos los procesos de enseñanza-aprendizaje y que son indistintos entre las asignaturas, materias y modalidades que deben estudiar los alumnos-as.

A nivel general, del aprendizaje obtenido en el MAES podemos señalar cuatro factores fundamentales: el docente, que hace las funciones de director del proceso de aprendizaje del alumnado; el alumno que, si bien es el protagonista del proceso, puede aparecer como un ente activo o pasivo; el currículo, que establece qué deben aprender los estudiantes y el contexto que rodea y condiciona su aprendizaje.

2.1.1. El cuerpo docente

El profesorado es un factor de vital para un proceso de enseñanza-aprendizaje de calidad. El posicionamiento del docente respecto de la perspectiva ideológica de la docencia es un factor crucial. Durante el MAES analizamos varias clasificaciones, si bien, la que se nos considera como más completa consta de 4 enfoques característicos (Davini, 1995; Pérez, 1995):

- *Enfoque práctico artesanal*, que propone al docente que imite "modelos", que transmita la cultura, el pensar, decir y hacer como nuestros mayores. Es decir repetir lo mismo sin que se realicen innovaciones docentes.
- *Enfoque academicista,* en el que el docente se posiciona como un mero transmisor de las verdaderas certezas y contenidos dictados por la Academia, sin participar en los contenidos o en la forma de enseñar.
- *Enfoque tecnicista,* en el que el docente planifica los previsibles pasos del proceso de aprendizaje y trabaja con los paquetes instruccionales con términos seguros para garantizar el logro eficiente de los objetivos.
- *Enfoque hermenéutico-reflexivo,* en el que el docente docto en la materia la pone en práctica según las condiciones más favorables para cada uno de sus estudiantes, adaptándose el docente a los alumnos y no al revés como ocurre en los otros enfoques.

Cada docente puede optar por poner en práctica un enfoque u otro. Frente a mi TP que aboga por un modelo mixto técnico-academicista, en el que prima el libro de texto, opino que sólo el hermenéutico-reflexivo se ajusta al contexto cultural global cambiante y heterogéneo en el que se viven los alumnos-as actuales.

Por esta razón, durante el Practicum se ensayó el enfoque hermenéutico-reflexivo. Para despegarme del guion marcado por el currículo y el libro de texto, se desarrollaron materiales propios que mediante una metodología AP + CTS motivase a los alumnos-as a plantear sus inquietudes y trabajar en base a sus intereses.

Si bien, mi falta de experiencia en el trabajo con esta metodología retrasó el avance programado, por lo que en las últimas sesiones de aula tuve que recurrir a un enfoque técnico-academicista que permitiese un avance más rápido en la impartición de contenidos. La adquisición futura de experiencia me permitirá aplicar este enfoque sin que ello me requiera mermas en la planificación de las sesiones.

Si bien el enfoque metodológico es de gran importancia, el profesor también debe actuar en dos frentes vitales para el proceso de enseñanza-aprendizaje: la gestión del aula y el control de la clase. Un profesor, en su actuar genera situaciones que pueden facilitar o entorpecer el aprendizaje de los alumnos o generar dinámicas que fomente un clima más o menos beneficioso para el aprendizaje.

A pesar que desde distintos foros se señale la necesidad de cambiar los modelos de gestión de aula (Jiménez y Díaz, 2003), la limitación de medios, tanto humanos como materiales, hace que la gestión del aula siga los patrones convencionales en los que el docente se ve obligado a posicionarse frente a los alumnos para controlarlos (Feito, 2010), lo que suele generar conflictos por cuanto los adolescentes aspiran a mostrar su independencia desafiando al profesor o simplemente se aburren y no prestan atención a las explicaciones.

Estos conflictos suelen considerarse como un problema a resolver mediante la autoridad. En contraposición, me alineo con la perspectiva de Vaelo (2003):

> *"Frente a lamentos inútiles, cabe la búsqueda de estrategias que permitan prevenir conflictos futuros y resolver eficazmente aquellos que ya se han presentado, considerando cada situación problemática como una ocasión para aprender a gestionar mejor la clase y como un ejercicio práctico en el que los alumnos aprendan a construir un clima de convivencia respetuoso y favorable al trabajo escolar"* (p.9).

A nivel general, la impresión que me llevo del centro de prácticas es que no existe una coordinación entre los enfoques didácticos, métodos de gestión y de control del aula empleados. En mi opinión, una cultura de puesta en común por parte de los docentes llevará a un mejor aprendizaje de los alumnos que establecerán lazos entre las distintas asignaturas y favorecerá la reducción de conflictos y una mejor gestión y clima en el aula.

2.1.2. El alumnado

En la actualidad, la educación de calidad para todos que se inició con la LGE es un hecho incuestionable. Esto ha hecho que el alumnado presente en nuestras aulas presente un grado de heterogeneidad elevado, lo que nos obliga a establecer políticas y actuaciones de atención a la diversidad.

Es un hecho que no todos los alumnos son iguales ni tienen la misma capacidad física, cognitiva, social o emocional. La diversidad es una característica que permite la evolución de las personas y las sociedades (Jiménez y Vilá, 1999), por lo que no debe separarse a los alumnos según sus capacidades cognitivas.

Esta intención de realizar una escuela inclusiva no significa tratar a todos los estudiantes por igual (Ainscow, 2000), la atención a la diversidad consiste en aportar a todos los alumnos las mismas oportunidades, lo que significa prever medidas adaptadas para dar una enseñanza de calidad que se adapte a las distintas necesidades de los distintos alumnos.

Esto se tiene en consideración en mi centro de prácticas. Cada una de las aulas se compone de alumnos de distinta capacidad cognitiva, estableciéndose una unidad de pedagogía terapéutica para los alumnos con necesidades educativas especiales. De esta forma, todos los alumnos son partícipes de una misma clase, con atención puntual a sus necesidades personales.

En el diseño previo de la UD no se consideraron desequilibrios cognitivo tan acusados como los que finalmente se detectaron. Como consecuencia, parte del alumnado se sintió abrumado por la dificultad de los contenidos y desconectó emocionalmente de la asignatura. En la UD mejorada se deberá tener en consideración esta circunstancia y establecer actividades de refuerzo/ampliación para alumnos con capacidades cognitivas no alineadas a la media mayoritaria.

Desde la Cátedra de Complementos de Formación se nos ha instruido en las ventajas de fomentar métodos de aprendizaje colaborativo, cooperativo y participativo. Para la práctica docente nos alineamos con Booth y Ainscow (2002), quien aporta la necesidad de orientar nuestra práctica valorando las opiniones de nuestros estudiantes como válidas y, reconociendo sus derechos para hacerlo, como pasos previos para brindarles la participación:

> *“La participación en educación implica ir más allá que el acceso. Implica aprender con otros y colaborar con ellos en el transcurso de las clases y las lecciones. Supone una implicación activa con lo que se está aprendiendo y enseñando […]. Pero la participación también implica ser reconocido por lo que uno es y ser aceptado por esto mismo. Yo participo contigo, cuando tú me reconoces como una persona semejante a ti y me aceptas por quien soy yo”* (p.2).

Durante las prácticas se pusieron en práctica estrategias de corrección colectiva y participativa, lo que los estudiantes asumieran como algo divertido y ameno, casi de juego, con la consecuente dificultad de dirigir las sesiones por parte del profesor. A su vez, por iniciativa propia los alumnos trabajaron cooperativamente en las actividades de aprendizaje por proyectos. Dado que los resultados de implicación del estudiantado fueron muy positivos, se insistirá en su puesta en práctica en la UD mejorada.

Durante la puesta en práctica de esta estrategia se falló a la hora de detectar en los alumnos sus déficits de conocimiento para actuar en consecuencia. Los errores son parte y elemento fundamental del proceso de aprendizaje, por lo que el docente debe esforzarse en detectarlos y a partir de ellos establecer las estrategias docentes más oportunas para el correcto desarrollo del proyecto global.

2.1.3. El Contexto

Tradicionalmente el contexto se ha excluido del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se presuponía que el alumno acude al centro consciente del contrato moral que tiene suscrito con la institución y se obviaba todo lo que no se encontrase en el interior del recinto académico. Es decir, la concepción clásica del contexto educativo se limita al clima y la cultura. Considero de especial relevancia el clima del aula, entendido como “*el contexto social inmediato en el que cobran sentido todas las actuaciones de alumnos y profesores”* (Vaello, 2011, p.40).

A la hora de valorar el clima en el aula es importante ser consciente de las capacidades cognitivas y socio-afectivas de los estudiantes. En las distintas etapas de la adolescencia el estudiante sufre importantes cambios psico-cognitivos, en función de los cuales son capaces de asumir determinados conocimientos, dinámicas, roles y actitudes.

Durante mi puesta en práctica de la UD previa, se me produjeron un par de situaciones conflictivas por la escasa atención de los alumnos a las explicaciones.

En el momento lo tomé como un desafío al profesor y actué autoritariamente, sin conseguir los efectos pretendidos. Analizado fríamente, entiendo que los alumnos no perciben el contexto desde la misma perspectiva que el profesor. Esto me hizo reflexionar sobre la importancia de conocer la perspectiva del alumnos para ser capaz de conocer su contexto relativo y en consecuencia programar actividades acordes a las características del alumnado y el calendario (sesiones a última hora, al final de la semana y en vísperas de puentes y festividades, etc…).

El contexto actual trasciende las puertas del centro y engloba la realidad social de los alumnos y el centro. Dentro de este contexto ampliado destaca el papel de la familia, que debe implicarse activamente en la formación de los alumnos. *“La familia es el primer contexto de aprendizaje de las reglas sociales y, por tanto, el primer agente socializador de los valores que adquieren sus miembros”* (García, Ramírez y Lima, 2001, p.204). Por esta razón la colaboración entre familia, escuela y comunidad es clave para la mejora de la educación (Epstein y Sheldon, 2000).

Desafortunadamente, en la cultura del centro donde desarrollé las prácticas, la participación de las familias se limita a los órganos del AMPA y a la asistencia a las tutorías con los profesores. Las familias quedan ignoradas en el contexto de aprendizaje de los alumnos.

2.1.4. El Currículo

Todos los contenidos impartidos durante la etapa de ESO están destinados a la consecución de una serie de objetivos educativos y a la obtención de competencias básicas por parte de los alumnos-as. EL presente proyecto - UD participa total o parcialmente en la consecución de dichos objetivos y competencias básicas.

La Ley Orgánica 2/2006, en su artículo 6.2, establece que corresponde al Gobierno fijar las enseñanzas mínimas (objetivos, competencias básicas, contenidos mínimos y criterios de evaluación) que garantizan una formación común a todos los estudiantes del sistema educativo español. El Real Decreto 1631/2006 fijan a nivel nacional las enseñanzas mínimas de la ESO.

Según lo establecido en el artículo 6.4 de la Ley Orgánica 2/2006, a los centros educativos les corresponde desarrollar y completar el currículo establecido por las administraciones educativas locales, con el fin de ser un instrumento útil para dar respuesta a las características del entorno en que se sitúe cada centro y sus estudiantes.

Dentro de las enseñanzas mínimas tienen especial relevancia las competencias básicas a obtener por el estudiante al finalizar la ESO. Las competencias básicas son los aprendizajes imprescindibles para capacitar a los alumnos-as para su realización personal, el ejercicio de la ciudadanía activa, la incorporación satisfactoria a la vida adulta y permitir un aprendizaje permanente post-escuela.

Por su parte, los objetivos de la ESO se definen en conjunto para la etapa completa, especificándose en cada materia cómo modo deben contribuir al desarrollo de dichos objetivos generales, la adquisición de competencias básicas, así como los contenidos y criterios de evaluación. En la presente UD se trabajarán en los siguientes objetivos generales de la etapa de educación secundaria obligatoria ESO:

- Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
- Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
- Identificar los elementos matemáticos presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad y otros, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
- Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

- Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
- Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.
- Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad.

2.2 Relativo a lo aprendido en el módulo específico

2.2.1. Competencia Matemática

Dentro del currículo actual, en el que la educación ha dejado de basarse en conceptos, fundamentos, actitudes y procedimientos para centrarse en un enfoque competencial, la forma de enseñar y aprender matemáticas ha de cambiar de manera radical. Para aprender y saber matemáticas los alumnos deben desarrollar la competencia matemática, es decir, ser capaz de entender, juzgar, hacer y utilizar las matemáticas en situaciones diarias en las que las matemáticas puedan intervenir (Mora y Rosich, 2011).

La competencia matemática como elemento de enseñanza representa un salto cualitativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Los estudiantes no solo deben ser competentes en el empleo de los conceptos, sino que además deben aportarle un valor social importante que trascienda lo que las matemáticas significan como materia teórica. La competencia matemática pone en comunión los conceptos con las necesidades diarias de la persona y la sociedad (Roigers, 2008).

Niss (2003) afirma que el proceso de aprendizaje en matemáticas debe ayudar a los estudiantes a conseguir dos grupos de competencias:

- Habilidad para plantear y responder cuestiones sobre las matemáticas:
  - [A1] *Pensar matemáticamente.* Comprender y utilizar los conceptos dados. Abstraer conocimientos y generalizar resultados.
  - [A2] *Formular y resolver problemas matemáticos.*

[A3] *Analizar y construir modelos matemáticos.* Llevar a cabo la modelación matemática de contextos y situaciones dadas

[A4] *Razonar matemáticamente.* Seguir y evaluar y ser capaz de realizar razonamientos de índole matemática.

- Habilidad para utilizar las herramientas y el lenguaje matemático:

[B1] *Utilizar representaciones matemáticas* y ser capaz de intercambiar datos e informaciones entre ellas.

[B2] *Utilizar símbolos y formulaciones matemáticos.*

[B3] *Comunicarse matemáticamente,* independientemente del contexto, el idioma o los canales de comunicación empleados.

[B4] *Utilizar ayudas y herramientas matemáticas.* Ser capaz de utilizar las distintas herramientas disponibles y ser consciente de sus aplicaciones, ventajas y limitaciones.

Durante mi estancia en el centro de prácticas pude ver como el trabajo educativo por competencias sigue siendo una utopía. Las competencias que se trabajan son las A1, A2, B1 y B2, que corresponden con las más básicas e indispensables para poder tratar las matemáticas. Aún queda un largo camino por recorrer y mi propuesta de proyecto – UD pretende abarcar la totalidad de estas competencias como se muestra en el apartado 4.1.

2.2.2. Teoría de aprendizaje

En el módulo específico se nos aportaron los conocimientos necesarios para proceder a actuar como docentes de la materia de matemáticas. El más importante consiste en que para las matemáticas cada conocimiento nuevo parte de lo aprendido anteriormente, lo que enlaza directamente con la teoría de aprendizaje constructivista, debiéndose hacer las siguientes consideraciones (Gregorio, 2002):

- Debe entenderse el aprendizaje de las matemáticas como un proceso de construcción individual apoyado en las interacciones individuales y grupales que se realizan en el aula.
- Los alumnos presentan diversos ritmos y maneras de construir los distintos tipos de contenidos matemáticos (conceptos, procedimientos y actitudes), así como diferencias en la forma aprender de y con los propios alumnos/as (unos más analíticos, otros más globales...).

- El aprendizaje está condicionado por lo que ya se sabe (conocimientos e ideas previas y preconcepciones) y por la calidad del proceso de aprendizaje.
- Debe tenerse una actitud de reflexión, de discusión y de valoración de las opiniones y de los saberes de los demás, por lo que el aprendizaje cooperativo es el contexto más adecuado para el aprendizaje matemático.
- Tanto el profesor como el alumno-a deben valorar la importancia de las matemáticas en la historia y la vida diaria.
- La acción matemática marca como horizonte la autonomía del alumno-a.

Durante el Practicum comprobé que adoptar un enfoque constructivista no es fácil. La tradición académica considera que enseñar implica necesariamente que los alumnos han aprendido, si bien se ha vuelto patente que la mayoría de las veces los estudiantes no aprenden nada con sentido lógico matemático.

> *"Debemos tener la suficiente paciencia pedagógica para dejar que sean nuestros alumnos/as lo que construyan y reconstruyan (las cosas nunca se aprenden de una vez) su conocimiento matemático […] y lo conviertan en un conocimiento útil y funcional, pleno de sentido y significado y que nos sirve para resolver distintos tipos de problemas en diferentes contextos educativos"* (Gregorio, 2002, p.115).

Para tratar de poner en práctica este enfoque constructivista, se opta por utilizar una estrategia docente basada en AP + CTS, en la que los alumnos reconozcan el valor de las matemáticas en la historia y la vida diaria y les aporte un objetivo tangible para el proceso de aprendizaje.

La mayoría de los libros de textos consultados presentan un enfoque técnico-academicista poco compatible con la noción constructivista de las matemáticas. Se hace necesario confeccionar materiales propios que permitan que los alumnos-as elaboren su propio conocimiento en base a una secuenciación didáctica guiada.

2.2.3. El problema de las preconcepciones erróneas

Los principales problemas que encontré fueron dos. Por un lado, los conocimientos previos de los alumnos eran insuficientes o erróneos, lo que supuso una circunstancia no prevista en la docencia.

Por otra parte, en la confección del proceso de aprendizaje del alumno-a se cometieron errores en la cuantificación de la zona de desarrollo de estos. Este concepto, acuñado por Vigotski (1979), es la distancia entre el nivel real de desarrollo, capacidad del alumno de resolver de manera independiente un problema; y el nivel de desarrollo potencial, posibilidad de resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.

En la UD mejorada, se deberán establecer zonas de desarrollo más numerosas y menos ambiciosas. Se establecerán objetivos fácilmente alcanzables de manera que el estudiante vaya generando los conocimientos necesarios para seguir avanzando y evitar la frustración por la no consecución del logro marcado.

Respecto de las preconcepciones erróneas de los alumnos algunas de las detectadas son pre-institucionales y otras, más numerosas, son fruto la docencia en los cursos anteriores (del Rio, 1992). Para contrarrestar estas ideas previas erróneas se seguirá la metodología expuesta por del Rio, quien siguiendo un enfoque constructivista, y a partir de una síntesis de las propuestas de varios autores (Joyce y Well, 1985; Barrón, 1991; Marks, 1980; Guzmán, 1987; Libeskin, 1977; y Bautista, 1987), establece tres etapas:

- *Contextualización:* Consistente en la identificación de las ideas previas de los alumnos y detección de las preconcepciones erróneas. Exposición ante los alumnos de situaciones problemáticas que tras su discusión colectiva cada alumno expone sus conjeturas.
- *Construcción:* Los alumnos contrastarán sus conjeturas realizando una secuencia de actividades diseñadas por el profesor y validar o refutar su planteamiento inicial. En caso de refutarlos, expondrán la nueva concepción.
- *Ampliación:* Con el fin de reforzar los conocimientos generados, se refuerzan mediante actividades donde se pongan en práctica.

Para su detección temprana es necesario recurrir a cuestionarios de conocimientos previos tanto al principio como intermediamente en la UD. Durante las prácticas se omitió la realización de estas al basarme enteramente en los informes de los profesores de cursos anteriores. La información recibida era errónea, lo que produjo dificultades de aprendizaje para los alumnos, evitables de haberse detectado previamente.

2.2.4. Matemáticas en la historia y el presente

Con vistas a conseguir de los alumnos un aprendizaje significativo, la historia de las matemáticas y el enfoque CTS dan lugar a grandes posibilidades en la docencia de las matemáticas. Durante las prácticas pude comprobar el axioma que tanto se nos insistió desde las cátedras de Complementos de Formación y Aprendizaje y Enseñanza "Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las matemáticas" (Bell, 1985, p.54)

En el ámbito educativo, la orientación CTS es una innovación destinada a promover la alfabetización científica y tecnológica, capacitando a las personas para poder tomar decisiones responsables en cuestiones controvertidas relacionadas con la calidad de vida en una sociedad cada vez más impregnada de ciencia y tecnología (Manassero, Vázquez, & Acevedo, 2001).

Si bien la orientación CTS se ha aplicado y desarrollado para la enseñanzas del ámbito científico y de las tecnologías, *"las actitudes en el área de matemáticas han sido consideradas un aspecto fundamental en el desarrollo del pensamiento y la utilización de recursos cognitivos en los estudiantes, […] por lo que es indispensable una comprensión básica de ellas en la educación CTS"* (Samaca, 2014, p.2). Esto hace que consideramos que el enfoque CTS, en conjunto con el AP, es perfectamente aplicable al estudio de las matemáticas, máxime a la geometría por cuanto explica y permite conocer y manipular de manera precisa el mundo que rodea al alumno, presentándolas como un instrumento útil en su vida diaria.

La programación de actividades cuenta con numerosas lecturas, ejercicios y actividades que relacionan los conocimientos que se están estudiando con la evolución histórica de las matemáticas, problemas que se resolvieron en el pasado mediante la aplicación de estos conceptos y ejercicios de aplicación práctica de lo aprendido a situaciones del mundo real y de interacción con el mundo físico.

En este sentido, para la confección de ejercicios, se han adaptado los enunciados y actividades para que cada uno de ellos les permita conocer un pedazo de la realidad que rodea al estudiante. Se trabaja desde un enfoque multidisciplinar en el que a partir de las matemáticas se estudia historia, arquitectura, astronomía, ciencias de las telecomunicaciones, fotografía, cine, nuevas tecnologías, etc.

De la puesta en práctica de estas actividades, gracias al "Cuaderno del Estudiante", se llega a la conclusión que estas necesitan ser revisadas para dar más autonomía a los alumnos-as, facilitar la comprensión de los enunciados y reducir la dependencia de los alumnos para alcanzar el desarrollo potencial esperado.

En todo caso, de la aplicación de estos principios se ha obtenido un resultado altamente satisfactorio. La implicación, interés y motivación de los estudiantes por estas actividades ha sido enorme y ha permitido establecer puntos de vinculación emocional de estos con los contenidos estudiados.

2.2.5. Aprendizaje por proyectos y aprendizaje cooperativo

Como ya se ha comentado anteriormente, para la puesta en práctica de la UD se recurre a una metodología de AP + CTS, que facilita el uso de herramientas cognitivas encaminadas al desarrollo de las competencias básicas, en especial las de autonomía e iniciativa personal y la de aprender a aprender. (Orellana, 2010).

El AP se basa en captar la atención del estudiante hacia el objeto que se le quiere enseñar. Los proyectos se pueden generar bien a partir de un concepto, una situación problemática, un conjunto de preguntas, etc., en el que el fin último es encontrar la solución a una situación problemática o enigma. Esto hace que la motivación sea el motor del AP ya que se encuentra ligada a las actitudes, a la voluntad de hacer bien las cosas. *"Difícilmente se puede aprender algo que no se quiere aprender. Y no basta con una intensa motivación inicial, sino que se trata de mantener esta actitud positiva a lo largo de las actividades en que se concretan los proyectos de trabajo"* (Vilà, 2006, p.1)

Para ello, Vélez (2006) nos indica que se debe recurrir a actividades diversas: videos, experimentos, TICs, investigación, salidas de campo, etc. Es fundamental que se aproveche el mundo, y que a través de su vivencia se consiga aprender (CTS). En definitiva, se trata de un proceso en que el propio estudiante encuentra la motivación para el estudio en la inquietud de resolver el problema inicialmente planteado.

Las estrategias de AP requieren de los alumnos el empleo de numerosas habilidades y la utilización de distintos tipos de inteligencia, por lo que se vuelve necesario el trabajo en grupos cuyos miembros se complementen y ayuden para obtener un fin común. De esta forma se fomenta el aprendizaje cooperativo, con sus beneficios en términos cognitivos, socio-afectivos y morales (Fernández y Melero, 1995). Como señalan Scardamalia y Bereiter (1992, p.2):

> "*Los estudiantes necesitan aprender profundamente y aprender cómo aprender, cómo formular preguntas y seguir líneas de investigación, de tal forma que ellos puedan construir su propio conocimiento a partir de lo que conocen. El conocimiento propio que es discutido en grupo, motiva la construcción de nuevo conocimiento".*

Durante la puesta en práctica de la UD previa, se llevaron a cabo numerosas actividades CTS, actividades de proyectos transdisciplnares abordando matemáticamente conocimientos propios de otras materias, se visualizaron vídeos de YouTube, etc. Todas las actividades se realizaron en torno a un leitmotiv general del proyecto que se desarrolló en el aula: ***¿Cómo medimos nuestro mundo?***

La combinación de todas las actividades que se aplicaron en clase dio lugar a una importante vertiente participativa y cooperativa. Los alumnos se mostraban intrigados por la resolución de los enigmas que se planteaban con las actividades y desarrollaban sus propias teorías e hipótesis, que solicitaban que el profesor les explicase. En muchas ocasiones, los alumnos se auto-organizaban en grupos en los que se debatía acerca de las posibilidades de resolución de los ejercicios y extrapolación de lo aprendido a otras circunstancias de su vida, lo que se terminó promoviendo y se incorpora como parte de la unidad didáctica mejorada.

Durante la aplicación del proyecto – UD se generaron varios grupos de trabajo cooperativo, especialmente en las sesiones de proyecto y tiempo de trabajo libre. En un principio no se previó aplicar esta estrategia docente. Vista la facilidad con que los alumnos la pusieron en práctica autónomamente, lo cómodos que se mostraron y los buenos resultados de participación y clima de ayuda mutua, se opta por implementar esta estrategia de trabajo como una parte fundamental de la nueva metodología a implantar en la mejora que se desarrolla en el presente TFM.

2.2.6. Materiales y recursos tecnológicos

Desde inicios del siglo XX, en la educación matemática lo visual ha primado a lo manipulativo. Los libros de texto actuales se basan en la resolución de problemas simplificados similares a los que se planteaban a principios de siglo, con la participación de algunos elementos cotidianos de reflexión sobre las matemáticas, sin que la vertiente manipulativa sea considerada como un elemento importante en el aprendizaje de las matemáticas (Giménez, 2000).

Tradicionalmente las matemáticas se han enseñado de manera magistral, en sesiones en las que el profesor explica cómo se aplican conceptos, lo ilustra con ejemplos en la pizarra y manda hacer ejercicios del libro de texto que, por repetición, se supone sirven para que el alumno adquiera el conocimiento deseado (Arrieta, 1998). Frente a esta concepción, opinamos que el dominio de una habilidad, destreza o conocimiento por parte de un estudiante, suele estar considerablemente determinado por las técnicas particulares usadas para enseñárselo. Lo importante no puede ser que el profesor enseñe, sino que el alumno-a aprenda (Gutiérrez, 1991).

Para ello, y una vez posicionados en la estrategia constructivista, mediante AP y CTS debemos hacer que la enseñanza sea tan activa como sea posible, relacionar los contenidos de aprendizaje con el entorno, favorecer el aprendizaje cooperativo, fomentar la interdisciplinaridad entre materias y darle importancia al uso y manipulación de materiales específicos.

Pero no podemos olvidarnos de los demás recursos tecnológicos que disponemos hoy en día para significar el aprendizaje de los alumnos-as. Debemos considerar todos los objetos, aparatos, tecnologías o medios de comunicación que puedan ayudar a los alumnos a descubrir, entender o consolidar los conceptos fundamentales del aprendizaje del nuestro proyecto (Alsina, Burgués y Fortuny, 1988).

Para vertebrar los principios anteriormente enunciados, se recurre a la elaboración de un "Cuaderno del Estudiante", en el que se establece una secuenciación del aprendizaje y en el que se integran numerosas experiencias manipulativas manuales mediante breves actividades tipo AP de escasa duración, destinadas a generar problemas cuya resolución manual permita al estudiante asentar conocimientos, contrastar ideas previas y forjar nuevos conceptos.

En definitiva, con esta herramienta se pretende que el aprendizaje provenga de las concepciones, del contacto real con los objetos, de situaciones vitales, de experiencias sufridas y de las acciones previamente realizadas (Lovell, 1977). Es decir, se considera que *"el aprendizaje es mucho más eficaz cuando el alumno está activo que cuando es un mero receptor de la enseñanza del profesor"* (Arrieta, 1998, p.110).

Dentro de esta concepción manipulativa de las matemáticas, el uso de las TIC's se ha comprobado es una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve de medio para formular sus propias preguntas o problemas, lo que ha supuesto un importante aspecto del aprendizaje de las matemáticas (Barrera y Santos, 2001).

3. EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA PREVIA

3.1 Valoración de la UD previa

A continuación se procede a realizar una revisión de la UD puesta en práctica. La citada UD previa se confeccionó en la asignatura de Enseñanza y Aprendizaje sin conocer las características particulares del grupo-clase ni tampoco las dificultades de este. A medida que se puso en práctica la UD, me vi forzosamente obligado a revisarla sobre la marcha para que su aplicación en el aula fuera más realista y acorde a las necesidades de los alumnos-as. Algunas de estas modificaciones se incorporan a la UD mejorada y otras se replantearán para ajustarlas a los principios teóricos descritos anteriormente, dentro de un marco AP + CTS.

Para sintetizar el análisis recurrimos a una matriz DAFO, que si bien es una herramienta diseñada en el mundo de la empresa, en la actualidad se empieza a utilizar para evaluar los proyectos y experiencias docentes (Moral et al, 2010) para conocer los factores externos e internos que resultan adecuados para la labor del docente (Gallardo, 2004).

	PUNTOS FUERTES	PUNTOS DÉBILES
FACTORES INTERNOS	**FORTALEZAS:** • Utilidad del conocimiento impartido. • Aprendizaje participativo. • Aprendizaje manipulativo. • Aprendizaje por proyectos. • Orientación CTS. • Aprendizaje significativo. • Transdisciplinaridad. • Motivación por el aprendizaje. • Uso de recursos TIC.	**DEBILIDADES:** • Inexistencia de prueba de ideas previas. • Exceso de teoría en las sesiones. • Reducción del tiempo efectivo. • Desatención a las distintas capacidades cognitivas y de desarrollo. • Falta de corrección de ejercicios. • Catálogo de ejercicios mal planificado. • Sobreestimación de las capacidades del alumnado. • Inclusión de trigonometría.
FACTORES EXTERNOS	**OPORTUNIDADES:** • Aplicaciones con la vida cotidiana. • Comprensión del entorno. • Interdisciplinaridad. • Aprender a Aprender. • Puzle de Aronson. • Sesiones fuera de clase. • Interés por la novedad. • Aprendizaje cooperativo.	**AMENAZAS:** • Escasa cultura del esfuerzo. • Falta de medios TICs. • Alumnado altamente heterogéneo. • Sobrepoblación del aula. • Cultura de centro academicista. • Falta de tradición en el trabajo sobre resolución de problemas

Tabla 1 - Matriz de análisis DAFO de la UD ejecutada. Elaboración propia

El acrónimo DAFO, que vertebra la disposición de los datos del análisis, establece cuatro categorías en función de los elementos externos e internos que influyen en el éxito del proyecto, y que en función de si son positivos o negativos dan lugar a cuatro categorías (Muñiz, 2006):

- *Debilidades:* Aspectos que limitan, reducen o amenazan la viabilidad y la capacidad de desarrollo efectivo de un proyecto y, por tanto, serán controladas y superadas.

- *Amenazas:* Toda fuerza del entorno que puede impedir la implantación de una estrategia, reducir su efectividad o incrementar los riesgos de la misma.
- *Fortalezas:* También llamadas puntos fuertes, son capacidades, recursos, posiciones alcanzadas y, consecuentemente, ventajas que deben y pueden servir para explotar oportunidades.
- *Oportunidades:* es todo aquello que pueda suponer una ventaja para el desarrollo del proyecto.

3.2 Relación de cambios y puntos de mejora

De la contraposición entre el marco teórico y la experiencia práctica, así como del análisis realizado en la MP, que se resumen en la tabla 1 anterior, se entiende necesaria la realización de cambios sustanciales para el proyecto - UD mejorada, tal como se definen en los apartados siguientes.

3.2.1. Uso de una plataforma virtual (Moodle) y fomento de las TIC's

Durante la puesta en práctica de la UD previa se ha hecho evidente la falta de un medio para toda la información necesaria para el desarrollo del proyecto, mejorar y avanzar en el aprendizaje, facilitar enlaces a webs de ampliación, videos didácticos o plataformas de ejercicios online que permitan la ruptura con el aprendizaje tradicional.

En la UD desarrollada se falló en controlar la ejecución de actividades puesto que se carecía de canales de comunicación. Este recurso permitirá paliar esta dificultad y obtener mejores resultados de las mismas. *"La utilización de contenidos digitales de buena calidad enriquece el aprendizaje y puede, a través de simulaciones y animaciones, ilustrar conceptos y principios que de otro modo serían muy difíciles de comprender para los estudiantes"* (Morrissey, 2007, p.83).

Esta plataforma nos ayudará a prestar atención a la diversidad proponiendo tareas alternativas que complementen lo estudiado en clase.

3.2.2. Exposición de los contenidos teóricos y prácticos

La docencia de los contenidos teóricos se llevó a cabo simultaneando las explicaciones tradicionales en pizarra y la proyección de diversos contenidos multimedia: PowerPoints, recursos web, YouTube, etc… La recepción por parte de los alumnos fue muy positiva, por lo que se mantendrá esta estrategia.

El tiempo empleado en las exposiciones teóricas fue excesivo. Se realizaron sesiones completas de teoría, lo que fomentó la desatención de los alumnos. Se realizarán períodos de explicación más reducidos y repartidos en varias sesiones.

3.2.3. Ejercicios propuestos

Los ejercicios planteados en el cuaderno del estudiante pretenden guardar una línea argumental ascendente en dificultad y favorecedora del aprendizaje significativo. Los ejercicios se basan en una orientación CTS, lo que captó la curiosidad de los estudiantes y los motivaba a resolverlos. Algunos de los ejercicios presentan un nivel de dificultad superior al que los estudiantes son capaces de afrontar, por lo que se reformulan y simplifican. Se establecen más pasos intermedios en la creación de conocimientos previos que faciliten el aprendizaje.

Los ejercicios tipo proyectos de corta duración han resultado ser los más provechosos. En su resolución los alumnos establecieron roles de aprendizaje cooperativo no previstos. Estas actividades se modificarán con el fin de facilitar este tipo de trabajos e incorporarlos a la evaluación como trabajos grupales y ejes del nuevo proyecto.

3.2.4. Contextualización histórica y CTS

La UD previa hace uso de la historia y situaciones en un contextos CTS para introducir la temática, explicar problemáticas que se resolvieron en el pasado, así como curiosidades y aplicaciones actuales de los mismos, lo que fue muy bien recibido por parte de los alumnos. Se considera oportuno mantener y potenciar estos elementos como conectores entre los contenidos con la aplicación práctica diaria.

3.2.5. Contenidos, Objetivos y Competencias

La UD mejorada no incluirá los apartados relativos a la ampliación en trigonometría, puesto que no pertenecen al currículo de 3º ESO y suponen unos conocimientos con un nivel de abstracción superior al asumible por los alumnos en esta edad. Se ajustarán los contenidos y competencias a este nuevo marco.

3.2.6. Metodología

La metodología se ha modificado respecto de la UD previa puesto que ahora los referentes teóricos y prácticos están mejor definidos y me apoyo en ellos para organizarla. Se han detectados fallos en la concepción previa de la organización de tiempos y se incluirán actividades de detección de concepciones erróneas. La metodología de AP tomará un papel más relevante siendo el eje vertebrador de todos los conocimientos. Se mantiene la orientación CTS como apoyo del AP.

3.2.7. Recursos

El “Cuaderno del Estudiante” seguirá siendo el material fundamental que se aporta a los alumnos para construir su proceso de aprendizaje significativo. Este material se reformulará para atender a todas las variaciones expuestas anteriormente.

Se prestará especial atención a la implementación de contenidos en las plataformas Moodle y del trabajo en la resolución de ejercicios interactivos de las plataformas Descartes, Gauss, ThatQuiz, Kahoot, etc., así como del trabajo de síntesis de la visualización de vídeos didácticos en la plataforma Youtube. Todos estos contenidos y actividades serán organizados, controlados y revisados a través de la citada plataforma virtual Moodle.

3.2.8. Evaluación

El sistema de evaluación se formulaba en base a diversos instrumentos y rubricas que no fueron puestos en práctica finalmente por la necesidad de simplificar el proceso de evaluación de los alumnos-as. Se desarrollarán nuevos criterios, instrumentos y rúbricas adaptados a la nueva formulación de actividades propuestos para el proyecto - UD mejorada.

3.2.9. Temporalización y organización de las sesiones y actividades

Todos estos elementos han cambiado como consecuencia de las modificaciones pertinentes descritas en los apartados anteriores y que se desarrollan en el capítulo siguiente.

4. UNIDAD DIDÁCTICA MEJORADA

4.1 Objetivos específicos: Adquisición de competencias básicas

En el marco de la propuesta realizada por la Unión Europea, en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, se han identificado ocho competencias básicas, que se alcanzan como consecuencia directa del trabajo simultáneo en varias asignaturas y contenidos. El proyecto – UD mejorada contribuye a la adquisición de las competencias básicas según los indicadores (objetivos específicos del proyecto/UD) que se describen en la tabla 2.

COMPETENCIAS RD 1631/2006	OBJETIVOS ESPECÍFICO DEL PROYECTO / UD	NISS (2003)							
		A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4
COMPETENCIA MATEMÁTICA	Conocer y reconocer las distintas figuras planas y espaciales.	X				X		X	
	Dominar las semejanzas y el uso de las escalas.	X	X		X	X	X		
	Usar la semejanza de triángulos, Teorema de Thales y Teorema de Pitágoras para resolver problemas geométricos.	X	X	X	X	X	X		
COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA	Explicar de forma clara y concisa los procedimientos y los resultados geométricos.	X		X	X	X	X	X	
	Comprender los enunciados de los problemas y extraer la información necesaria para resolverlos.	X						X	
	Relacionar los distintos tipos de lenguaje: natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia.	X		X	X		X	X	
	Extraer la información geométrica de un texto dado.	X		X				X	
CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MUNDO FÍSICO	Discriminar formas y relaciones espacio-dimensionales.							X	
	Desarrollar la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones en el plano y el espacio y entre ambos.			X		X	X		X
	Aplicar los conocimientos matemáticos geométricos a objetos, situaciones y problemas del mundo real.	X	X	X	X	X			X
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y COMP. DIGITAL	Utilizar Internet para reforzar y avanzar su aprendizaje.					X	X	X	X
	Reconocer elementos matemáticos en la información de los medios de comunicación y digitales	X		X	X	X		X	X
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	Valorar la aportación de otras culturas al desarrollo de la geometría.				X			X	
	Toma conciencia de la utilidad de los conocimientos geométricos en multitud de labores humanas.	X			X			X	
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	Reconoce el uso de la geometría en distintas disciplinas no matemáticas (arte, arquitectura, ciencias, tecnología…).	X		X	X	X		X	X
COMPETENCIA PARA APRENDER A APRENDER	Valorar los conocimientos geométricos adquiridos. Ampliar los conocimientos básicos mediante la búsqueda de información.	X				X		X	X
	Ser consciente de las características en los conocimientos adquiridos.	X					X	X	X
AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	Resolver autónomamente problemas geométricos con ayuda de los conocimientos adquiridos.	X	X	X	X	X	X		X
	Elige el procedimiento más adecuado para resolver problemas de geometría plana y espacial.	X	X	X	X	X	X		X
	Planificar estrategias, asumir retos y convivir con la incertidumbre y los procesos de toma de decisiones.	X	X	X	X	X	X		X

Tabla 2 – Objetivos específicos: Consecución de competencias básicas. Elaboración propia

4.2 Contenidos de la UD - proyecto

Nuestro objetivo principal es transmitir al alumnado la importancia de la geometría para resolver situaciones de la vida cotidiana. Para ello, se trabajarán los siguientes contenidos que les permitirán cumplir los objetivos y adquirir las competencias marcadas en el apartado anterior:

CONTENIDOS	Indicador
ÁREA Y PERÍMETRO DE CUERPOS PLANOS	• Identificar y manejar las propiedades de los cuerpos planos. • Conocer las fórmulas y calcular el área de cuerpos planos. • Conocer y usar las fórmulas que permite calcular perímetros y longitudes de cuerpos planos. • Calcular perímetros y áreas de figuras planas compuestas.
VOLUMEN Y DESARROLLO DE CUERPOS GEOMÉTRICOS	• Identificar y manejar propiedades de cuerpos geométricos. • Conocer y calcular el volumen de los cuerpos geométricos. • Conocer y usar las fórmulas que permiten calcular área del desarrollo de las caras que lo componen.
TEOREMA DE PITÁGORAS	• Relación entre áreas de cuadrados. Demostración. • Aplicaciones del Teorema de Pitágoras: o Cálculo del lado de un triángulo rectángulo conociendo otros dos. o Cálculo de un segmento de una figura plana a partir de otros que, con él, formen un triángulo rectángulo. o Cálculo de medidas de cuerpos geométricos conociendo otras medidas que, con él, formen un triángulo rectángulo.
FIGURAS SEMEJANTES	• Conocimiento del concepto de proporción • Identificar y describir invariantes entre dos figuras semejantes. • Razón de semejanza. Ampliaciones y reducciones.
SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS	• Triángulos semejantes. Condiciones generales. • Teorema de Thales. Triángulos en posición de Thales. • La semejanza entre triángulos rectángulos. • Cálculo indirecto de distancias inaccesibles.
APLICACIONES DE LA SEMEJANZA	• Construcción de una figura semejante a otra. • Planos, mapas y maquetas: Escalas y sus aplicaciones. • Relación entre los perímetros, áreas y volúmenes figuras y cuerpos semejantes.

Tabla 3 – Contenidos de la UD – Proyecto. Elaboración propia

4.3 Metodología

4.3.1. Metodología general.

La metodología de desarrollo de la Unidad didáctica se basará en un sistema de AP + CTS que evidencia la recurrencia de la geometría en los procesos cotidianos. Este proyecto partirá de la problemática planteada a los alumnos en la sesión introductoria: ***¿CÓMO MEDIMOS NUESTRO MUNDO?***, y se formalizará en base a sub-proyectos (bloques) de menor duración pues *"conviene que los proyectos no sean excesivamente extensos en el tiempo ya que para los docentes mantener el interés de los alumnos-as en un mismo tema no es una tarea fácil"* (Vilà, 2006, p.32)

Dentro del proyecto se combinarán sesiones teórico-prácticas con otras sesiones de proyecto y actividades de trabajo cooperativo. El objetivo metodológico consiste en crear un proceso de aprendizaje significativo en el que los conocimientos previos de los estudiantes sean trabajados y reelaborados para dar lugar a nuevos conceptos y estrategias que les permitan resolver problemas geométricos de la vida cotidiana. El proceso general seguido en cada uno de los bloques que conforman el proyecto seguirá el siguiente patrón:

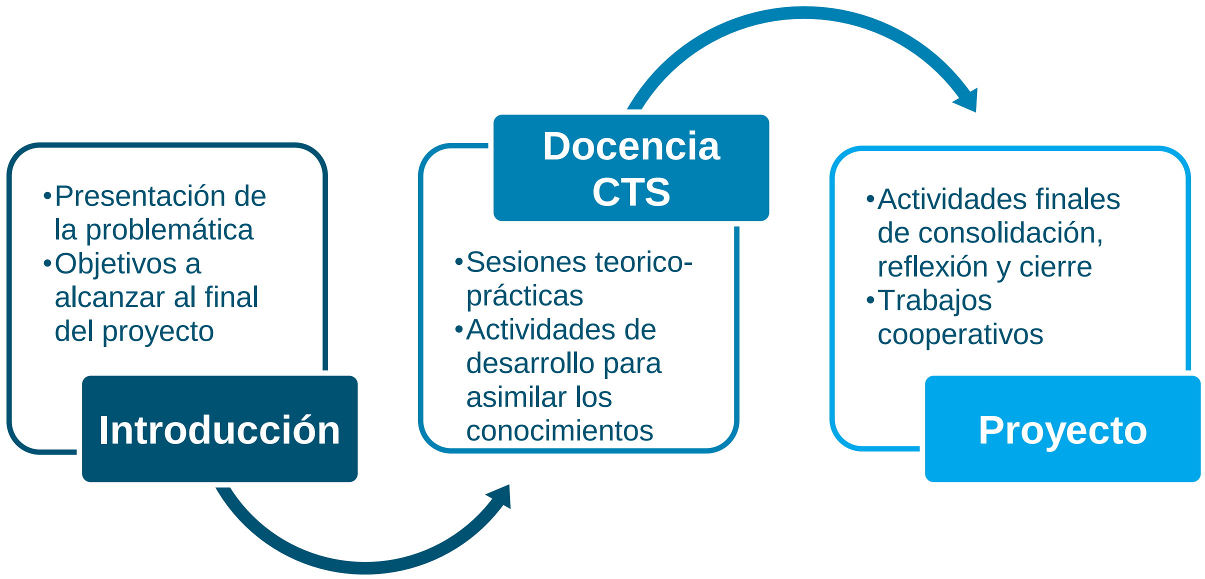


Ilustración 1 - Esquema metodológico Aprendizaje por Proyectos. Elaboración propia.

La docencia CTS ocupará necesariamente la mayor parte del periodo lectivo. En estas sesiones es donde se reelaborarán los conocimientos previos del alumnado para dar lugar a los nuevos conceptos. Las sesiones diarias se dividirán en 4 fases dentro de las cuales se organiza la enseñanza, y que responden al esquema planteado en la figura 2.

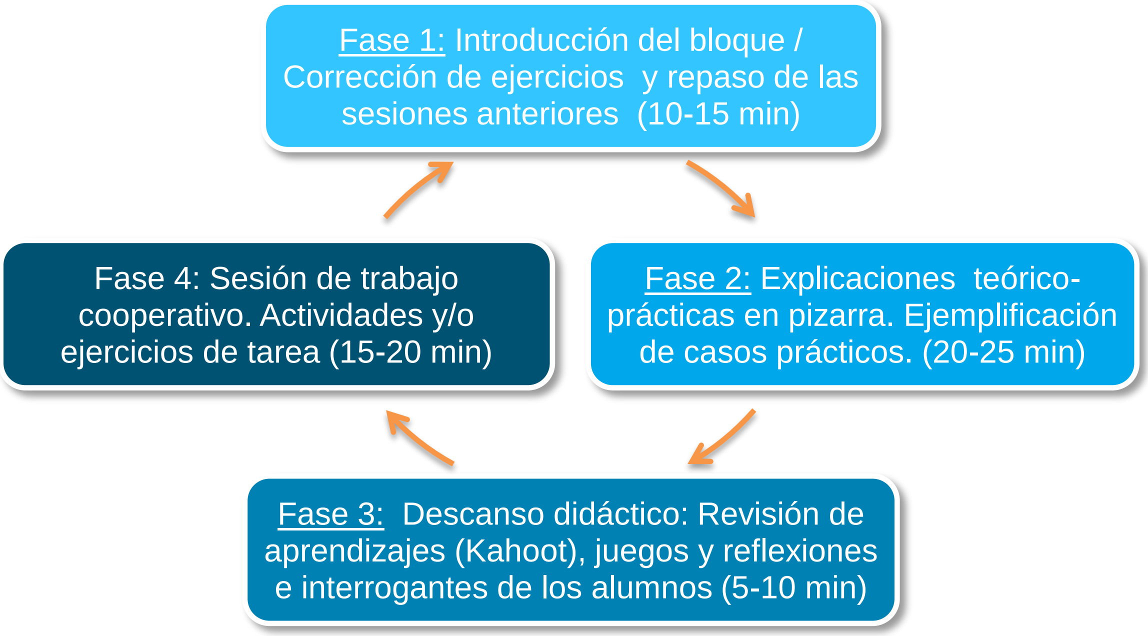


Ilustración 2 - Esquema general de docencia CTS. Elaboración propia.

En la puesta en práctica de las sesiones deberá tenerse en cuenta que el AP propuesto depende en gran medida de los avances y las inquietudes de los alumnos, por lo que los tiempos indicados en la figura superior son orientativos. En este tipo de enseñanzas las programaciones son apriorísticas, viéndose desarrollada a medida que se superen las fases previstas inicialmente para cada sesión.

Las fases 1 y 4 se realizarán de manera cooperativa entre los alumnos. Para ello, se confeccionarán grupos compensados de 4-5 alumnos que trabajarán de manera cooperativa en clase. La confección de grupos de trabajo está encaminada a favorecer el trabajo colaborativo y el aprendizaje entre iguales. Se pretende que dentro de cada grupo, exista un número suficiente de estudiantes que permitan el intercambio de ideas y planificar estrategias divergentes y su puesta en práctica.

A su vez, la coincidencia de estudiantes de distintas capacidades dentro de un grupo permite que unos alumnos-as expliquen el proceso de ejecución a los demás compañeros, favoreciéndose e intercambio de conocimientos.

Se espera que no siempre sean los alumnos aplicados los que lleven la iniciativa. Para conseguir este fin, se nombrará como capitán de grupo a los alumnos con menor desempeño académico, de manera que este sea el encargado de coordinar los trabajos a hacer para resolver el problema. Con esto se busca que los alumnos menos académicos no se consideren los torpes o los inútiles, así como forzarlos a dar un paso al frente y asumir un papel activo ante los problemas.

La corrección de los ejercicios se realiza de manera grupal. Cada grupo designará un representante (rotativo) que explicará ante los compañeros el proceso de resolución de los ejercicios, debiendo los compañeros corregirlos en caso de fallo.

Se pretende que en estas intervenciones el profesor intervenga lo mínimo posible. Los alumnos deben adoptar un rol activo en un contexto de aprendizaje en el que todos aprendan de todos y con todos. La función del profesor será la de supervisar el proceso, un apoyo para cuando los alumnos requieran su ayuda.

Durante la fase 2 se pondrá en práctica una estrategia expositiva activa, con exposiciones teóricas y realización de numerosos ejercicios teórico-prácticos que permitirán que los alumnos-as, de una forma progresiva, trabajen los conceptos, procedimientos y técnicas matemáticas. Se pretende desechar el modelo memorístico para adoptar un modelo comprensivo de las matemáticas.

Se emplearán recursos TIC de toda índole que faciliten el proceso de aprendizaje. Las exposiciones teóricas se basarán en el uso alterno de la pantalla digital con recursos gráficos e interactivos y la pizarra tradicional en la que hacer matizaciones y anotaciones. A su vez, para fomentar el trabajo cooperativo de los estudiantes, se potenciará el uso de una plataforma virtual Moodle en la que los estudiantes puedan intercambiar información o resolverse dudas.

La fase 3 se utilizará como período de esparcimiento y descanso de los alumnos. Se pretende que los alumnos sean los motores de esta sección. Podrán exponer sus dudas e inquietudes o traer cualquier tema o problema de la vida real que tenga que ver con lo expuesto en clase y formalizar un debate matemático en clase. Cuando se detecten temas de interés se confeccionarán actividades relacionadas.

Al menos una vez por semana se llevarán a cabo juegos tipo quest (Kahoot, WebQuest, etc.) que servirán para detectar mediante juegos las concepciones erróneas. Estas actividades permitirán también analizar el avance individual de cada uno de los estudiantes y atender a las necesidades de aprendizaje particulares que pudieran quedar tapadas por la mecánica de trabajo cooperativo.

4.3.2. Tipos de actividades.

Para guiar el proceso de aprendizaje significativo de los alumnos, pondremos en práctica los siguientes tipos de actividades:

- *Actividades de Introducción-Motivación:* Actividades iniciales a cada uno de los bloques, en los que se plantea una problemática que los alumnos no sean capaces de resolver, y que debe generar predisposición hacia el aprendizaje, participación, interés y curiosidad.

- *Actividades de Desarrollo:* Que permiten conocer los conceptos, los procedimientos o las actitudes nuevas, y también las que permiten comunicar a los demás la labor realizada.
    - *Actividades de repetición:* destinados esencialmente a la reproducción del conocimiento estudiado y a que el alumno sienta que ha interiorizado lo que su profesor le ha querido transmitir.
    - *Actividades de consolidación*. En las cuales contrastamos que las nuevas ideas se han acomodado con las previas de los alumnos.
    - *Actividades funcionales o de extrapolación.* Son aquellas en las que el alumnado es capaz de aplicar el conocimiento aprendido en contextos o situaciones diferentes a las trabajadas en clase.
- *Actividades de Cierre:* Son tareas que dan significatividad y funcionalidad a aquello que se ha estado haciendo durante toda la unidad. En nuestra propuesta coinciden con las sesiones dedicadas a enseñanza por proyectos, de manera que se refuerce el aprendizaje significativo de los estudiantes.
- *Actividades de diversificación:* Destinadas a atender la diversidad natural del alumnado según sus propios estilos y ritmos de aprendizaje.
    - *Actividades de refuerzo:* Para aquel alumnado que presenta dificultad ante la tarea y otras estrategias adaptadas a su o ritmo de aprendizaje.
    - *Actividades de ampliación:* Para aquel alumnado que realiza con cierta facilidad las tareas propuestas.

4.3.3. Gestión de los espacios de enseñanza.

Además de la propia aula, para el desarrollo de este Proyecto - UD se emplearán todas las estancias disponibles en el Centro. Aula, pasillos, laboratorios, patio, etc… pasan a ser los espacios donde el aprendizaje del alumno toma lugar, adaptando las tipologías de prácticas y actividades a los distintos escenarios en donde se impartirá la docencia.

4.3.4. Materiales y recursos

El hilo argumental del proyecto se materializa mediante materiales propios que se aúnan en un documento único denominado “Cuaderno del Estudiante” (CE).

Este documento es una herramienta de aprendizaje completa y ordenada que facilita al alumno-a la elaboración propia de conceptos, aprendizajes y facilita el posterior estudio. En segunda instancia, es un instrumento de evaluación del trabajo individual de los estudiantes. Dicho CE se adjunta como ***ANEXO A***.

Dentro de la orientación CTS que se pretende, el propio centro escolar se vuelve un material y un recurso de aprendizaje. De esta forma, se recurrirá al propio Centro no sólo como espacio de aprendizaje, sino como material manipulable para que el alumno interactúe y aprenda.

Las herramientas informáticas son de gran utilidad para una mejor enseñanza de los contenidos de la geometría, por lo que se recurrirá con asiduidad al empleo de recursos audiovisuales y tecnológicos. Con el empleo de estos equipos informáticos se podrá incorporar a la docencia todas las posibilidades didácticas disponibles en la web como por ejemplo:

- Medios audio-visuales
- Herramientas de CAD (AutoCAD).
- Software de diseño gráfico
- Software de modelado gráfico.
- Internet.
- YouTube.
- https://www.thatquiz.org/es.
- www.webquiz.it.
- www.webquest.es.
- www.kahoot.es.

4.4 Organización y descripción de las sesiones

La secuencia didáctica del proyecto se vertebra en base a tres bloques o proyectos de menor entidad en los que se distribuyen todos los contenidos descritos en el apartado 4.2. Cada uno de los bloques servirá para generar en los estudiantes los conocimientos previos necesarios para afrontar el siguiente:

- *Bloque 0:* Introducción: ¿Por qué medimos?. Sesión 0.
- *Bloque 1:* ¿Cómo medimos lo que no alcanzamos?. Sesiones 1 a 4.
- *Bloque 2:* ¿Cómo medimos objetos planos?. Sesiones 5 a 9.
- *Bloque 3:* ¿Cómo medimos objetos tridimensionales?. Sesiones 10 a 15.

En la planificación de sesiones debemos tener en cuenta las especiales características de la docencia mediante AP, en la que la docencia depende en gran medida del avance de los alumnos. Por ello, no podemos establecer una periodicidad rígida y marcada por los tiempos, pues la gestión de las sesiones depende en gran medida del grado de implicación, motivación, avance y aprendizaje de los alumnos. A continuación se muestra una planificación apriorística, basado en los momentos que se esperan que tengan lugar en la docencia del proyecto.

4.4.0. SESIÓN 0: Conocimientos previos e introducción: ¿Para qué medimos?

Momento 1: Se expone a los alumnos-as la metodología de aprendizaje por proyectos, las dinámicas que se seguirán en clase, así como los criterios de evaluación. A su vez se les explica las herramientas que van a ser utilizadas y se les enseña el uso de las plataformas Moodle y Kahoot. Se aprovecha el aprendizaje de la segunda herramienta para realizarles la prueba de conocimientos previos mediante un cuestionario interactivo a modo de concurso de televisión.

Momento 2: Tras esta prueba se realiza la introducción del proyecto que vamos a trabajar las próximas semanas. Para ello recurrimos a la lectura introductoria del Bloque 0 (Anexo A, pg.1) y se proyecta un video introductorio (https://www.youtube.com/ watch?v=P_KfMvIqoJ8). La sesión termina planteando a los alumnos preguntas que se espera que susciten un debate entre ellos y establezca un interrogante que los motive a trabajar en el proyecto:

- ¿Cómo medimos la cantidad de tela necesaria para vestir al minotauro?
- ¿Cómo sabemos a qué distancia se encuentra el sol?
- ¿Cómo sabemos cuanta pintura hace falta para pintar la pista de básquet?
- ¿Cómo conocemos los metros cuadrados de nuestra casa?
- ¿Qué tenemos que hacer para imprimir una foto a 10x15?
- ¿Cómo puedo medir la altura de un edificio?
- ¿Los datos de asistencia a una manifestación son verdaderos?

4.4.1. SESIÓN 1: Proporcionalidad y Teorema de Thales.

Momento 1: Se inicia el Bloque 1, "¿Cómo medimos lo inalcanzable?" mediante la lectura de la historia de cómo Thales midió las pirámides con la ayuda de un palo (Anexo A, p.2). En esta lectura no se aporta conclusión alguna del método que se siguió para realizar la medición y se preguntará a los alumnos-as cómo creen que se hizo, permitiéndose un debate entre los alumnos y reseñando los conceptos que sean de importancia para el tema que se va a tratar en las próximas sesiones.

Se indica a los alumnos que en las próximas 3 sesiones vamos a aprender cómo se pueden medir objetos que no alcanzamos únicamente usando un palo, un espejo o un bote de Pringles y gracias a los conceptos de proporción y el Teorema de Thales. Se les pondrá como ejemplo que, en tres días, serán capaces de medir tanto la Pirámide de Keops, como su colegio o cualquier distancia, ¡incluso la distancia a la que se encuentra el Sol!.

Momento 2: A continuación, se impartirá docencia teórica sobre los conocimientos de: proporción, razón de proporción y teorema de Thales. Nos apoyaremos en recursos TIC y ejemplos, siguiendo el guion marcado en el CE (pp.2-3).

Momento 3: Una vez que se ha impartido docencia teórica, se descansa y se permite que los alumnos-as tomen el control de la sesión y volveremos a preguntar a los alumnos cómo creen que pudo medirse las pirámides permitiendo nuevamente un debate entre los estudiantes.

Momento 4: Por último, se forman los grupos de trabajo cooperativo y se indican los ejercicios a resolver cooperativamente (1 a 7 del CE). Se insiste en que deben resolverlos en clase, pues los restantes deberán realizarlos como tarea para casa.

4.4.2. SESIÓN 2: Semejanza de triángulos y medidas indirectas.

Momento 1: Se inicia la sesión recordando con los alumnos-as lo visto en la anterior y corrigiendo los ejercicios que se realizaron durante la sesión anterior y no fueron revisados. Como se ha indicado en la metodología, cada ejercicio a corregir es realizado en la pizarra por un vocal rotativo de cada grupo, siendo corregido y resolviendo dudas por los compañeros de los restantes grupos. El profesor se encargará de solventar dudas y fallos generalizados de los alumnos-as. En adelante nos referiremos a esta actividad como “corrección cooperativa”.

Momento 2: A continuación, se imparte docencia teórica sobre los conocimientos de semejanza de triángulos y medida indirecta de distancias. Nos apoyaremos en recursos TIC y ejemplos, siguiendo el guion marcado en el CE (p.5). Para la docencia nos apoyaremos en cómo medir la altura de la pirámide iniciada tanto en la sesión introductoria como en la sesión anterior.

Esto es así para que el alumno progresivamente vea una relación entre los contenidos impartidos y las actividades que finalmente se realizarán, lo que irá en beneficio de la propia dinámica del proyecto (Vilà, 2006).

Momento 3: Se deja libertad para que los alumnos planteen sus inquietudes y propuestas de aplicación prácticas de los conocimientos recibidos, se dirige el debate como preparación de las actividades de patio que se realizarán el próximo día y se explica el material que deben traer.

Momento 4: Por último formamos los equipos de trabajo cooperativo y se les indican los ejercicios a resolver cooperativamente (8-11 del CE). Estos ejercicios sirven como preparación para las actividades de patio que se van a realizar en el día de mañana. Los ejercicios terminados se presume podrán corregirse en clase, en caso de quedar ejercicios sin corregir, se encargarán como tarea para casa.

4.4.3. SESIÓN 3: Medición en patio de distancias inaccesibles.

Momento 1: Se traslada a los alumnos-as al patio y se les explica la dinámica que se va a seguir en el día de hoy. Se van a realizar 3 actividades correspondientes a los apartados 1.6 a 1.8 (Anexo A, pp.7-10). Estas dinámicas consisten en poner en práctica de manera manual todos los conocimientos prácticos adquiridos en las sesiones anteriores, de manera que los estudiantes puedan ver que lo aprendido en clase tiene una vertiente manual y de uso ineludible.

Se llevarán a cabo 3 actividades que responderán a los ejemplos planteados en la primera sesión del bloque 1 y que los estudiantes no supieron resolver. Cada una de estas actividades se resolverá de manera cooperativa, para luego corregirlas entre todos en asamblea.

Momento 2: Una vez terminadas todas las actividades, los alumnos deberán utilizar el excedente de tiempo para grabar un vídeo (uso de móviles) en el que expliquen la resolución de una de las tres actividades para posteriormente subirlo a la plataforma Moodle para su corrección.

4.4.4. SESIÓN 4: Conceptos de Áreas, Perímetros y Teorema de Pitágoras.

Momento 1: En esta sesión se inicia el segundo de los bloques del proyecto, ¿Cómo medimos objetos planos?. Como introducción al bloque y a la necesidad de calcular áreas y perímetros, se realiza una lectura didáctica en la que se explica la problemática de los agricultores egipcios derivados de la crecida del Nilo y la necesidad de medir áreas y perímetros para pagar sus impuestos o saber dónde se ubicaban sus fincas.

A continuación se les plantean los interrogantes que se articularán durante las próximas sesiones, ¿sabríamos medir la superficie de una parcela?, ¿y de nuestra casa?, ¿cómo tenemos que hacer para ampliar una foto?, si nos dan unos planos, sabríamos decir si una casa es mayor que otra?...

Momento 2: Dado que el trabajo con áreas, perímetros y el Teorema de Pitágoras son recurrentes en los cursos anteriores, y los alumnos los dominan, se opta por realizar un repaso rápido mediante la proyección de videos.

- https://www.youtube.com/watch?v=E1uWLydHTqA
- https://www.youtube.com/watch?v=B9nIjZgvluk
- https://www.youtube.com/watch?v=7CQ9aE8FgoQ
- https://www.youtube.com/watch?v=cG_ki3My9F8

Momento 3: A modo de repaso y control de lo aprendido en el Bloque 1, se realiza una prueba de conocimientos mediante la aplicación Kahoot. De esta forma, mediante un sistema de preguntas tipo concurso se conseguirá que los alumnos estén motivados en la realización de una prueba de nivel intermedia.

Momento 4: Se forman los grupos de trabajo y se les indican los ejercicios a resolver cooperativamente (14-18 del CE). Los ejercicios terminados se presume podrán corregirse en clase, quedando los restantes pendientes como tarea para casa. Estos ejercicios son de repaso y se presumen sencillos para la realización por parte del alumnado. Se les dará una orientación CTS para mejorar la predisposición de los alumnos para su realización y motivarles en la aplicabilidad de los conocimientos que ya poseen.

4.4.5. SESIÓN 5: Semejanza y relación entre áreas y perímetros de figuras.

Momento 1: Se inicia la sesión con corrección cooperativa de los ejercicios realizados en el día anterior, con resolución de dudas de los alumnos y revisión colectiva de cómo podemos aplicar lo aprendido en el día anterior a nuestra vida real.

Momento 2: A continuación, se imparte docencia teórica sobre los conocimientos de: semejanza de figuras y polígonos y de las relaciones área-perímetro en figuras semejantes o de igual área. Nos apoyaremos en recursos TIC y ejemplos, siguiendo el guion marcado en el CE (pp.16-17).

Realizaremos un par de experiencias didácticas destinadas a refutar dos ideas previas intuitivas de los alumnos: dos figuras con el mismo área tienen igual perímetro y viceversa y, el área de dos figuras semejantes es proporcional en función de la razón K. Para ello nos apoyaremos en los siguientes vídeos y en experimentaciones didácticas según los apartados 2.5 y 2.8 (CE, pp. 16-17).

- https://www.youtube.com/watch?v=DoXs5PeXm7I

- https://www.youtube.com/watch?v=wanFUONxPsk

Momento 3: Se dedica esta etapa de descanso a solventar las dudas o intereses que puedan plantear los alumnos. En caso de que los alumnos no traigan curiosidades se tiene preparado un juego de pentaminós para que los alumnos trabajen de manera grupal (http://bit.ly/Pentominos). Se aprovecha para explicar las sesiones de trabajo en patio y taller de las próximas sesiones y se indica el material que deben disponer para poder realizar dichas actividades.

Momento 4: Se forman los grupos de trabajo y se les indican los ejercicios a resolver cooperativamente (19-25 del CE). Los ejercicios terminados se presume podrán corregirse en clase, quedando los restantes pendientes como tarea para casa.

De estos ejercicios, algunos son de repetición destinados a afianzar los conocimientos de los alumnos y a prepararlos para los siguiente, con un escalón mayor de dificultad en los que tendrán que poner en práctica los conocimientos adquiridos en enunciados que conectan con la vida diaria como son las medidas máxima de un televisor, cómo debemos ampliar fotografías o las medidas necesarias para vestir con la equipación del Xerez C.D. al monumento del Minotauro.

4.4.6. SESIÓN 6: Semejanza en la fotografía / Medición de la pista de baloncesto.

En esta sesión se va a trabajar de manera manual con los conceptos de semejanza y áreas de figuras y polígonos. Se pondrán en práctica actividades que conectan con los interrogantes que se plantearon en las sesiones de introducción y que los estudiantes verán cómo fruto de su aprendizaje son capaces de resolver.

Momento 1: Para ello, en primer lugar nos trasladamos con los alumnos-as al taller de tecnología y procedemos a iniciar la primera actividad, destinada a entender de manera matemática el funcionamiento de las cámaras fotográficas y ponerla en relación con los conceptos de semejanza de figuras.

La actividad se inicia con una lectura que expone, desde el punto de vista matemático e histórico la evolución de la técnica fotográfica (CE, pp.19-20). A continuación los alumnos construyen el instrumento con el que van a realizar la actividad (CE, p.21). Una vez construido, los estudiantes deberán salir al patio para experimentar con el instrumento que han elaborado y completar el ejercicio 26 del CE.

Momento 2: Una vez terminada la actividad anterior, los alumnos, ayudados de cintas métricas y flexómetros deberán tomar sobre la pista de baloncesto las medidas necesarias para resolver el ejercicio 27 del CE.

4.4.7. SESIÓN 7: Trabajando con planos a escala.

En esta sesión se va a trabajar de manera manual con los conceptos de semejanza y áreas de figuras y polígonos como base para introducir el concepto de escala y las dinámicas de lectura, entendimiento y trabajo con planos. Estas cuestiones se introdujeron en la sesión de introducción y permitirán dar el cierre al bloque mediante la realización de una actividad que les sea novedosa y fuera de la rutina tradicional.

Momento 1: La sesión se inicia con una lectura didáctica sobre el origen y evolución de la escala y su importancia en el desarrollo de las artes plásticas y la arquitectura, así como los distintos tipos de escala con las que podemos trabajar (CE, p.23). Una vez leído el texto, se realiza un juego de rol-playing en el que se simula que los estudiantes son un conjunto de clientes que ha contratado a un arquitecto para que les diseñe una promoción de viviendas y han asistido a una reunión para ver el primer diseño. El profesor hace de arquitecto, que en mi caso es sencillo puesto que mi formación profesional anterior es en arquitectura.

Momento 2: Para trabajar con los planos y escalas a cada uno de los estudiantes se le ofrece un pliego de planos de una vivienda (CE, pp.25-29) y deben trabajar con ellos para conocer las medidas de la vivienda y responder los ejercicios (28-32). Para estas actividades será necesario que los alumnos interactúen con el plano y apliquen todos los conceptos de área, perímetros, semejanza y escala aprendidos en las sesiones anteriores. En definitiva, deberán proyectar sobre el mundo físico (planos) y el mundo abstracto (modelo original) los resultados de su aprendizaje. Esta sesión de trabajo se llevará a cabo de manera cooperativa en los grupos habituales.

4.4.8. SESIÓN 8: Sesión de corrección de proyectos.

Momento 1: La sesión actual se dedica a corrección de los ejercicios y las actividades realizadas en las sesiones anteriores. Previamente, los alumnos debieron haber remitido al profesor una captura (foto) de su resolución a través de la plataforma Moodle para que el profesor tenga constancia de su realización y pueda evaluarla. La corrección se realizará de manera colectiva por parte de todos los estudiantes.

Momento 2: Se realiza una sesión de control de conocimientos mediante juegos. Se recurre a la herramienta Kahoot para realizar este control de manera dinámica y divertida para los alumnos.

4.4.9. SESIÓN 9: Cuerpos geométricos rectos.

Momento 1: En esta sesión se inicia el tercer bloque del proyecto, ¿Cómo medimos objetos tridimensionales?. Como actividad introductoria al cálculo de objetos tridimensionales se realiza una lectura didáctica en la que se explica el problema de la coona de oro resuelto por Arquímedes (CE, p.30). Al terminar la lectura se pregunta a los alumnos-as cómo haría ellos para medir el contenido de un tetrabrik, de una piscina, etc., y se les informa que en las próximas sesiones vamos a aprender las herramientas necesarias para realizar estos cálculos.

Momento 2: A continuación se imparte docencia sobre los primeros cuerpos geométricos que van a exponerse, los cuerpos geométricos de extrusión: cubo, ortoedro, prismas y cilindros.

Esta agrupación no responde a la tradicional, pero no es casual, se pretende facilitar el aprendizaje del alumno al unificar en un único grupo a todos los cuerpos que presentan una misma sistemática y fórmula de cálculo del volumen. Con esta agrupación se pretende que los estudiantes detecten los puntos en común entre los cuerpos similares y evitar que los alumnos consideren que cada cuerpo tiene una fórmula distinta y reduzca su aprendizaje a una simple memorización de fórmulas matemáticas.

Esta etapa docente se realizará conforme al guion marcado en el Cuaderno del Estudiante (Anexo A, pp.31-32). Para su didáctica nos apoyamos en los ejercicios 33 a 35 del CE, que resolveremos con los alumnos de manera colaborativa-participativa, así como en los recursos web de la plataforma Matemáticas Visuales[1].

Momento 2: Se dedica esta etapa de descanso a solventar las dudas o intereses que puedan plantear los alumnos. En caso de que los alumnos no traigan dudas o inquietudes, se tiene preparado un juego de desplegables y material para que los alumnos puedan montar los cuerpos geométricos, permitiéndoles recordar, a través de la manipulación, las características de estos cuerpos.

Momento 3: Se forman los grupos de trabajo y se les indican los ejercicios a resolver cooperativamente (36-39 del CE). Los ejercicios terminados se presume podrán corregirse en clase, quedando los restantes pendientes como tarea para casa. Los ejercicios tendrán un enfoque CTS que permiten que el estudiante comience a

[1] http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/geometria.html

establecer sus propias relaciones de aplicabilidad a la vida real y responda a parte de las preguntas planteadas en la sesión de introducción del bloque tercero.

4.4.10. SESIÓN 10: Cuerpos geométricos apuntados y esferas.

Momento 1: Esta sesión enlaza con la anterior realizando un repaso colectivo a la visto en dicha sesión y procediendo a corregir los ejercicios pendientes del día anterior, siguiendo la estrategia de corrección cooperativa indicada anteriormente.

Momento 2: A continuación se imparte docencia sobre los cuerpos geométricos “apuntados”, (pirámides y conos) y esferas. Esta etapa docente se realizará conforme al guion marcado en el Cuaderno del Estudiante (Anexo A, pp.35-35). Para una mejor comprensión los conceptos, la docencia se apoya en los recursos web de la plataforma Matemáticas Visuales, así como en los ejercicios 40 a 42 del CE que resolveremos con los alumnos de manera cooperativa-participativa.

Momento 3: Se dedica esta etapa de descanso a solventar las dudas o intereses que puedan plantear los alumnos. En caso de que los alumnos no traigan dudas o inquietudes, se tiene preparado un juego de desplegables y material para que los alumnos puedan montar los cuerpos geométricos, permitiéndoles recordar, a través de la manipulación, las características de estos cuerpos.

Momento 4: Se forman los grupos de trabajo y se les indican los ejercicios a resolver cooperativamente (43-47 del CE). Los ejercicios terminados se presume podrán corregirse en clase, quedando los restantes pendientes como tarea para casa. Los ejercicios tendrán un enfoque CTS que permiten que el estudiante comience a establecer sus propias relaciones de aplicabilidad a la vida real y responda a parte de las preguntas planteadas en la sesión de introducción del bloque tercero.

4.4.11. SESIÓN 11: Troncos de pirámides y conos.

Momento 1: Se inicia la sesión con corrección cooperativa de los ejercicios que quedaron pendientes de la sesión anterior, resolviendo las dudas que puedan presentar los alumnos.

Momento 2: A continuación se imparte docencia troncos de cono y pirámide. Esta etapa docente se realizará conforme al guion marcado en la página 37 del CE. Para una mejor comprensión los conceptos, la docencia se apoya en los recursos web de la plataforma Matemáticas Visuales, así como en los ejercicios 40 a 42 del CE que resolveremos con los alumnos de manera cooperativa-participativa.

Momento 3: La fase de descanso se prolonga y se recurre a la aplicación Kahoot para crear un concurso de mayor duración que la habitual en las sesiones anteriores. Las preguntas versarán sobre el conjunto de los contenidos del proyecto – UD de manera que puedan analizarse los resultados y detectar los aspectos que deben ser reforzados.

Momento 4: Se forman los grupos de trabajo para proceder a resolver los ejercicios de tarea de manera cooperativa (48-50 del CE). Los ejercicios terminados se presume podrán corregirse en clase, no quedando pendientes para casa.

4.4.12.SESIÓN 12: Los cuerpos geométricos en la vida diaria.

Momento 1: La sesión de hoy es la primera sesión de repaso. Bajo el enfoque CTS del título de la sesión se procede a agrupar los alumnos y a realizar ejercicios de manera cooperativa (51-55). Los ejercicios se han elegido de forma que se puedan repasar los conceptos vistos durante la UD. Los citados ejercicios serán corregidos en clase según la estrategia de corrección cooperativa.

Todos estos ejercicios responderán a preguntas que se iniciaron en la sesión de presentación del bloque 3 y referirán a problemas de tipología a la que puede planteársele al alumno-a en su vida diaria, que le permitirá establecer relaciones entre lo aprendido y su aplicabilidad inmediata futura, así como empezar a darse cuenta que con lo aprendido es capaz de resolver problemas que hace días atrás no era capaz como por ejemplo, ¿cuántos litros de agua hacen falta para llenar una piscina?, ¿Por qué los brick de leche son paralelepípedos?, ¿las latas de conserva tienen tanta comida como indican en la etiqueta?, etc…

4.4.13. SESIÓN 14: Las Torres KIO

Momento 1: Esta sesión se destina a repasar todos los conceptos estudiados durante el proyecto - UD. Trabajaremos sobre una maqueta a escala de las Torres KIO, que los alumnos deberán montar a partir de un desplegable que se les entrega al inicio de la sesión[2]. Previo al montaje de este desplegable se procederá a leer un texto introductorio sobre la historia y algunas anécdotas de las Torres KIO (CE, p.42) Una vez completada la lectura, se les entregará el desplegable para que lo monten.

[2] Actividad disponible en la web: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_4eso_B_semejanza/kio_cidead.pdf. Ultimo acceso 12/06/2015

Momento 2: Una vez se han construido las maquetas, los alumnos-as deberán responder una serie de cuestiones (56-70). Dichas preguntas son de respuesta corta y necesitan de la interacción del alumno con la maqueta para poder responderlas. Las preguntas están redactadas para que sean de respuesta corta, pero dirigidas a poner en práctica la totalidad de los conocimientos que los estudiantes deben haber adquirido durante las últimas 3 semanas. Si bien, la respuesta no será tan inmediata como inicialmente parece.

Estos ejercicios se realizarán de manera cooperativa y se pondrán en común entre todos los compañeros. Se realizarán a modo de lluvia de ideas, para esta actividad se rompen los grupos pequeños y toda la clase trabajará como un único gran grupo de trabajo.

4.4.14. SESIÓN 15: ¡Midamos nuestro colegio!

Momento 1: Se lleva a los estudiantes al patio y se dividen en los grupos de trabajo habituales. Ataviados con instrumentos de medición básicos (reglas, metros, cinta métrica, escuadra y cartabón) deben resolver problemas para los cuales deben tomar medidas sobre elementos reales existentes en el patio del colegio. Los instrumentos de medida son limitados para que cada una de las actividades permita que los estudiantes deban poner en práctica algunos de los conceptos teóricos aprendidos durante las clases teóricas (teoremas de Thales y Pitágoras, semejanza, figuras planas y volúmenes).

Las actividades planificadas para el presente proyecto son las numeradas como 71-75 en el CE. Las actividades están divididas en distintos grados de dificultad: 2 actividades fáciles, 2 actividades de dificultad media y 1 actividad difícil.

El papel del profesor es la de controlar que los estudiantes realicen la actividad, resolver dudas, dar pistas encaminadas a la resolución de los ejercicios y, en caso de producirse, mediar en discusiones entre miembros de equipo. Cada uno de los estudiantes deberá remitir vía Moodle al profesor fotografía de sus ejercicios resueltos para que el profesor pueda revisar el trabajo y calificarlo.

4.4.15. SESIÓN 16: Repaso y preparación de examen.

Última sesión de clases entes del examen. Se destina a resolver las dudas que los estudiantes planteen. En caso de que los estudiantes no planteen dudas, se realizarán ejercicios tipo a los que se han planificado para el examen a realizar en el día siguiente. Las explicaciones se centrarán en resolver los fallos generales que se detectaron en la sesión de Kahoot de la pasada sesión 11. En función de los resultados se prepararán ejercicios específicos

4.4.16. SESIÓN 17: Examen.

Se cita a los estudiantes para realizar el examen que se aporta el presente TFM como Anexo D. La realización se llevará a cabo en las dependencias habilitadas por el centro para tal fin. Los estudiantes dispondrán de una hora para su realización y se ejecutará de manera individualizada.

4.4.17. SESIÓN 18: Corrección del examen.

Se dedica la sesión de aula a corregir en la pizarra el examen realizado y a repasar con los alumnos las calificaciones obtenidas en sus exámenes. La revisión se corrección se realizará cooperativamente, sacando a la pizarra a los alumnos que han fallado en los ejercicios, siendo los compañeros los que deberán explicarles el procedimiento y corregirlo.

4.5 Evaluación/calificación del proceso de aprendizaje

4.5.1. Criterios de evaluación

Permiten valorar tanto el grado de adquisición de las competencias básicas como el de consecución de los objetivos (artículo 2.6 del Real Decreto 1631/2006). Los criterios de evaluación referentes del presente Proyecto – Unidad didáctica son:

- *CE1:* Expresa los conceptos, procedimientos y terminología de los elementos geométricos del plano y el espacio; del cálculo de longitudes, perímetros, áreas y volúmenes; del teorema de Thales y del Teorema de Pitágoras con propiedad.
- *CE2:* Identifica triángulos en posición de Thales.
- *CE3:* Conoce y utiliza el teorema de Thales y el teorema de Pitágoras para resolver problemas geométricos y calcular distancias inaccesibles.
- *CE4:* Calcula el perímetro y el área de un triángulo, un cuadrado, un rectángulo, un rombo, un romboide, un trapecio, un polígono regular, un círculo, un sector circular, una corona circular y figuras compuestas.
- *CE5:* Calcula el volumen y el área del desarrollo de cuerpos geométricos: cubo, ortoedro, prisma, cilindro, cono, pirámide, troncos y esfera.

- *CE6:* Calcular distancias, áreas y volúmenes en mapas, planos y maquetas interpretando los conceptos de escala, semejanza y proporción.

4.5.2. Técnicas de evaluación

Permiten valorar durante el desarrollo de la clase el progreso y el cumplimiento de las tareas asignadas. Para el proyecto que proponemos se emplearán las siguientes técnicas:

- *Observación directa diaria:* Valoración de la actividad del alumno-a, de su interés y de su comportamiento durante la clase. Podemos evaluar su participación en clase, ya sea trabajando con sus compañeros (actividades cooperativas) o haciendo preguntas y sugerencias sobre el tema.
- *Revisión del trabajo diario:* Valoración de la realización de las tareas individuales o colectivas. Revisión del cuaderno de trabajo observando que esté completo, aseado, con explicaciones razonadas, etc.
- *Corrección de trabajos:* Corrección de las actividades cooperativas (proyectos) desarrolladas en clase.
- *Control del aprendizaje diario:* Valoración de la superación de los controles rutinarios de concepciones erróneas y de ñas actividades voluntarias de refuerzo/ampliación.
- *Prueba escrita:* Valoración final conjunta de la consecución de los objetivos y las competencias descritos para el proyecto.

4.5.3. Instrumentos de evaluación

Permiten poner en práctica de manera efectiva y objetiva las técnicas de evaluación descritas en el apartado anterior en base a unos indicadores predefinidos. Los instrumentos a poner en práctica en el presente proyecto son:

- *Observación actitudinal:* Evalúa la actitud del alumno en clase:
  - Participación activa en las actividades de aula-proyecto.
  - Interés y curiosidad por el aprendizaje de las materias.
  - Actitud positiva hacia el proceso de aprendizaje.
  - Clima de cooperación entre compañeros.
- *Cuaderno del Estudiante:* Con esta herramienta se evalúa:
  - Realización correcta de los ejercicios y actividades.
  - Comprensión literal, interpretativa y valorativa.

- Presentación y limpieza.
- Realización de las actividades propuestas.

- *Actividades cooperativas:* Con esta herramienta se puede evaluar:
  - Actitud positiva ante la resolución de problemas.
  - Actitud positiva hacia el trabajo cooperativo.
  - Escucha activa y respuesta empática.
  - Respeto hacia las opiniones de los demás.
- *Visionado de vídeos:* Con esta herramienta se puede evaluar:
  - Comprensión interpretativa y dominio de los contenidos.
  - Desarrollo de competencias de "aprender a aprender".
  - Habilidades de comunicación y expresión oral y escrita.
- *Control de concepciones erróneas (Kahoot):* Con esta herramienta se puede evaluar:
  - Dominio de los conceptos teóricos.
  - Dominio de los conceptos prácticos.
  - Actitud positiva, atención y trabajo diarios.
- *Prueba escrita (examen):* Con esta herramienta se puede evaluar:
  - Dominio de los conceptos teóricos.
  - Dominio de los conceptos prácticos.
  - Comprensión literal, interpretativa y valorativa.
  - Realización de las actividades propuestas.
  - Autonomía personal.
- *Actividades voluntarias:* Con esta herramienta se puede evaluar:
  - Actitud positiva hacia la realización de actividades de manera autónoma.
  - Desarrollo de estrategias favorecedoras para "aprender a aprender".
  - Interés hacia la asignatura.

4.5.4. Ponderación de los instrumentos de evaluación

Cada uno de los instrumentos de evaluación empleados participa en la calificación final del alumno-a según la ponderación indicada en la tabla 4. Esta ponderación permitirá evaluar de manera continua el proceso de aprendizaje de los alumnos, desechando la posibilidad de que un alumno que haya trabajado y participado de manera activa durante las sesiones no consiga un buen resultado en su evaluación. Se premiará la actitud, el trabajo y el estudio diario.

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	PONDERACIÓN RELATIVA (%)	PONDERACIÓN ABSOLUTA (%)
Observación actitudinal	7,50	7,50
Cuaderno del Estudiante	7,50	15,00
Actividades cooperativas	7,50	22,50
Visionado de videos	7,50	30,00
Control de concepciones erróneas (Kahoot)	10,00	40,00
Prueba escrita	60,00	100,00
Actividades voluntarias	10,00	110,00

Tabla 4 – Ponderación de instrumentos de evaluación. Elaboración propia

4.5.5. Rúbrica de evaluación

La evaluación de los estudiantes se llevará a cabo según lo marcado en la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se establece la ordenación del proceso de aprendizaje del alumnado de Educación Secundaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía. Según los artículos 2.2, 2.5 y 2.6 de dicha orden, la evaluación será continua a través de la observación y de carácter formativo y orientador del proceso. Para llevar a cabo la evaluación continua de los estudiantes, se han desarrollado dos rúbricas.

La primera de ellas es la rúbrica de evaluación del profesor, disponible en el ***ANEXO B***. Dicha rúbrica sirve como soporte para anotar la valoración diaria de los instrumentos de evaluación descritos en el apartado 4.6.3. Dicha rúbrica es individualizada por estudiante y presentará unos criterios de evaluación comunes para todos ellos. Para ello, la rúbrica recogerá cada uno de los instrumentos de evaluación y se establecerán unos indicadores del nivel de logro conseguido, entendiéndose dicho novel de logro como bueno, regular o malo, en función del número de indicadores registrados.

La segunda de estas rúbricas, disponible en el ***ANEXO C***, está destinada a formalizar el instrumento de evaluación "Actividades cooperativas", en el que los propios compañeros-as de grupo evalúan la participación del alumno-a en dichas actividades cooperativas.

4.5.6. Criterios de calificación

Según el artículo 5.4 de la Orden de 10 de agosto de 2007, los resultados de la evaluación de cada materia se formulará en los siguientes términos: Insuficiente

(IN), Suficiente (SF), Bien (BI), Notable (NT) y Sobresaliente (SB), considerándose como calificación negativa el insuficiente y positivas todas las demás. Estas calificaciones irán acompañadas de una calificación numérica, sin emplear decimales, en una escala del uno al diez, aplicándose en este caso la correspondencias: Insuficiente (1-4), Suficiente (5), Bien (6), Notable (7-8) y Sobresaliente (SB).

Para dar satisfacción a este requerimiento, la rúbrica de evaluación-calificación aportada en el ***ANEXO B*** establece una equivalencia numérica a cada nivel de logro que, por medio de medias aritméticas permite la evaluación continua de cada uno de los instrumentos de evaluación. Al final del proceso se realizará la media ponderada de las calificaciones individuales. El resultado consistirá en una nota numérica que será redondeada al alza o baja en función de la valoración de los instrumentos de evaluación: “evaluación actitudinal” y “Cuaderno del estudiante”. Es decir, se premiará a los estudiantes con una actitud positiva hacia el aprendizaje y que hayan demostrado un interés y trabajo constante.

5. CONCLUSIONES PARA LA FORMACIÓN CONTINUA

El mayor aprendizaje que he podido obtener tanto del MAES como del período de prácticas ha sido el de tomar conciencia de como la actitud de un docente ante el grupo-clase determina en gran medida lo que sucede dentro de ella. Independientemente del enfoque metodológico y epistemológico por el que opte el docente, dos con las posturas que podemos tomar: impartir los conocimientos académicos de la materia y despreocuparnos del alumnado o, por el contrario, educar a los alumnos para ser buenos ciudadanos a través de la materia que se esté impartiendo.

A los ojos del alumno-a pudiera parecer que los profesores son todos del segundo tipo. Los adolescentes no son capaces de diferenciar entre los enfoques del profesor, pero sí distinguen entre los que enseñan cosas útiles y los que no. En su lenguaje, los profesores que enseñan cosas útiles son los que se implican en la educación del alumno.

Particularmente, espero que mi forma de impartir docencia siempre vaya en la dirección de entender que los alumnos deben ser los protagonistas de su proceso de enseñanza y que el docente debe estar a su servicio para conseguir que reciban una educación satisfactoria para sus vidas futuras. Lo importante debe ser siempre que los estudiantes aprendan.

En este sentido, la forma en que gestione el aula será de vital importancia en los aprendizajes que consigan mis alumnos-as. Durante el MAES he entrado en contacto con la importancia del concepto gestión de aula. Anteriormente, mi bagaje académico se resumía a mi experiencia como alumno, la cual se ve fuertemente condicionada por los resultados académicos obtenidos o por las dotes sociales del docente.

Hasta que me enfrenté a un aula por primera vez nunca me planteé lo difícil que resulta impartir docencia a un aulario compuesto por una heterogeneidad de alumnos con intereses divergentes. La función del profesor es la de aunar todas estas voluntades e intereses y reconducirlas hacia un objetivo común en el aprendizaje.

Tanto en el período de prácticas como en el presente TFM se ha trabajado con distintos enfoques y tipos de actividades y se ha comprobado la importancia de realizar actividades adaptadas tanto a las capacidades del estudiante como a sus intereses. En este sentido, las mecánicas de aprendizaje por proyectos, orientación CTS y sesiones de clase cooperativas aportan ventajas significativas al docente. Los alumnos se sienten partícipes del aula y persiguen un objetivo común. Considero que es importante que los alumnos entiendan y tengan presente por qué están estudiando las distintas materias. No puede esperarse que alumnos-as adolescentes confíen ciegamente en el profesor que les dice que en el futuro lo necesitarán sin concretarles el qué, cuándo o porqué.

Nuestro proceso de estudio universitario nos hace separarnos de nuestra condición de adolescente y tendemos a verlos como a nosotros mismos, olvidando las particularidades de esta etapa de desarrollo adolescentes, en los cuales la personalidad, inquietudes y grado de madurez, cambian constantemente. Quizá sería interesante retrotraerse a nuestra propia adolescencia, dado que probablemente nuestras inquietudes e intereses serían muy similares a los de la mayoría.

Si somos capaces de conectar con las inquietudes de los alumnos, nuestra estancia en las clases será más asumible y los alumnos se sentirán partícipes de lo que están aprendiendo. Preguntarles sobre sus inquietudes y explicarles las razones de por qué se estudian estos contenidos y no otros ayudará a que comprendan la importancia de las clases.

Durante mi periodo de prácticas pude conectar con los intereses de los alumnos y pude comprobar que los alumnos se sentían partícipes de la clase. Si bien, también comprobé que mi inexperiencia es un hándicap que dificulta mantener a los estudiantes motivados en la asignatura y la adopción de algunas estrategias no óptimas para los procesos educativos.

Poco a poco en mi labor docente iré adquiriendo la experiencia necesaria para desarrollar una labor docente plena. Esta experiencia inevitablemente se basará en un proceso de ensayo error en el que se deberán recoger datos para analizarlos y aprender de mis propios errores. El proceso de aprendizaje constructivista no se aplica sólo al alumno, sino que el profesor deberá estar continuamente aprendiendo de su propia acción pedagógica.

Nuestras formaciones previas no se basan en la docencia, y es en el MAES en donde empezamos a estar en contacto con la pedagogía, por lo que no ha sido hasta ahora que he visto la complejidad detrás del acto de enseñar. EL MAES nos ha inculcado lo que significa enseñar e incluso lo que se entiende por aprender. Hemos podido conocer cuántas cosas hemos aprendido y cuantas nos quedan por aprender, me alegro de las que he aprendido, y espero poder mejorar cada día en mi puesta en práctica en el aula.

Durante las prácticas pude recordar mi experiencia como adolescente y he podido constatar que los alumnos de hoy en día son muy diferentes, desde el punto de vista cultural y psicológico, a cuando yo tenía la misma edad. Como futuro profesor debo renovar continuamente mi programación docente al mismo tiempo que evolucionan las nuevas generaciones de alumnos y la sociedad en general.

Soy muy consciente de que desde mi posición de autoridad como puedo cometer el error de crear una zona de dominio cerrada en el que las opiniones externas no valen. Es cierto que opinar desde detrás de la puerta es fácil y en ocasiones equivocado, pero si dejamos participar a los demás docentes dentro de nuestras aulas, las ideas que se expongan tendrán un criterio más real, las opiniones sobre lo que pasa en el aula y como mejorar estará soportado por un conocimiento empírico, que como docentes noveles debemos asimilar.

En el MAES la competencia que mejor hemos desarrollado ha sido la de Aprender a Aprender, y es que hemos iniciado un proceso en el que formación, experiencia, dominio de los conceptos, conocimientos de didáctica, gestión y control de clase, atención a la diversidad… son elementos sobre los que nunca se acabará de estudiar y mejorar. La propia práctica pondrá de manifiesto aspectos que deberán mejorarse y sobre los que debemos proseguir investigando.

Desde mi punto de vista, la mejor formación que recibo del Master es la de ser un firme defensor de que ***"en el momento en que dejemos de buscar alternativas para mejorar nuestra docencia habremos dejado de ser buenos profesores"***. En esta sentencia creo que se resume por completo la actitud que un profesor debe tener ante el acto de educar/enseñar. En todo momento deberemos completar nuestra formación para poder ofrecer a TODOS los alumnos lo que necesiten en cada momento.

BIBLIOGRAFÍA

AINSCOW, M. (2000). The next step for special education. *British Journal of Special Education,* 27 (2), pp.76-80.

ALSINA, C., BURGÉS, C., FORTUNY, J.M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.

ARRIETA, M. (BARRON, A. (1998). *Aprendizaje por descubrimiento. Análisis crítico y reconstrucción teórica*. Salamanca: Ed. Universidad de Salamanca.

BAUTISTA, A. (1987). Fundamentación de un método de enseñanza basado en la resolución de problemas. *Revista de Educación*, 282, pp.151-160.

BARRERA, F., SANTOS, M. (2001). Students' use and understanding of different mathematical representations of tasks in problem solving instruction. En AA.VV. *Proceedings of the Twenty Three Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (*pp.459-466). Snowbird. Utah.

BARRÓN, A. (1991). Aprendizaje por descubrimiento. Análisis crítico y reconstrucción teórica. Salamanca: Editorial de la Universidad de Salamanca

BELL, E.T. (1985): *Historia de las Matemáticas*. Fondo de Cultura Económica. México

BOOTH, T. Y AINSCOW, M. (2002). *Index for Inclusion: Developing learning and participation in schools*. Bristol: Centre for Studies on Inclusive Education

DAVINI, C. (1995) *La formación docente en cuestión*. Buenos Aires: Paidós

DEBOER, G. (2000). Scientific Literacy: Another Look at Its Historical and Contemporary Meanings and Its Relationship to science Education Reform. *Journal of Research in Science Teaching*, 37 (6), 582-601.

DEL RIO, J. (1992). ¿Cómo cambiar las concepciones erróneas de los estudiantes?. Una experiencia en matemáticas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 11-12, pp.9-24.

EPSTEIN, J.L. y SHELDON, S.B. (2001), Moving Forward: Ideas for Research on School, Family, and Community Partnerships. En CONRAD, F., SERLING, R. (coord). *SAGE Handbook for research in education: Engaging ideas and enriching inquiry*. Thousand Oaks: Sage Publications.

FEIRO, R. (2010). Escolaridad hasta los 18 años: Elementos para un debate. *Cuadernos de pedagogía*, 405, pp.79-83.

FERNÁNDEZ, P., MELERO, M.A. (1995). *La interacción social en contextos educativos*. Madrid: Siglo XXI.

GARCÍA, M.D.; RAMÍREZ, G. y LIMA, A. (2001). La construcción de valores en la familia. Citado en PRADA, J. (2010). La educación familiar en la familia del pasado, presente y futuro. *Educatio Siglo XXI*, 28 (1), pp.17-40.

GARGALLO, A. (2004). La innovación educativa como respuesta a las Nuevas necesidades: un análisis DAFO. En AA.VV. *XII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas*. Barcelona: EUETIB.

GIMÉNEZ, J., (2000). La importancia de lo tangible para el aula de matemáticas. *Números*, 43-44, pp.47-52.

GONZALEZ, L. G., MAZARÍO, A. C, y MAZARÍO, I. (2001). La dimensión afectiva del aprendizaje de las ciencias y las relaciones CTS. *Tecne, Episteme Y Didaxis*, 9, pp.17-24.

GREGORIO, J.R. (2002). El constructivismo y las matemáticas. *Sigma*, 21, pp.113-129.

GUZMÁN, M. (1987). *Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, en Aspectos didácticos de Matemáticas 2*, Zaragoza: I.C.E.

GUTIÉRREZ, A. (1991). *Área de conocimiento: Didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis.

JIMÉNEZ, M.P. y DÍAZ, J. (2003). Discurso de aula y argumentación en la clase de ciencias: cuestiones teóricas y metodológicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 21 (3), pp.359-370.

JIMÉNEZ, F. & VILÀ, M. (1999). *De educación especial a educación en la diversidad*. Málaga: Aljibe.

JOYCE, B., WELL, M. (1985): *Modelos de enseñanza*. Madrid: Anaya.

LEY 14/1970, de 4 de agosto, *General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa*. Jefatura del Estado.

LEY ORGÁNICA 2/2006, de 3 de mayo, *de Educación*. Ministerio de la Presidencia. Gobierno de España.

LIBESKING, S. (1977). A problem Solving Approach to Teaching Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 8 (2), pp.168-179

LÓPEZ, J.A. (1998). Ciencia, Tecnología y Sociedad: el estado de la cuestión en Europa y Estados Unidos. *Revista Iberoamericana de Educación,* 18, pp. 41-68.

LOVELL, K. (1977). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños.* Madrid: Morata

MARKS, L. K. (1980): *Meeting the Challenge: Successfully Teaching the Student of the 80s at the Conceptual Level*. Philippi: Mentor Consulting.

MANASSERO, M.A., VÁZQUEZ, A., ACEVEDO, J.A. (2001). La evaluación de las actitudes CTS. Obtenido de Sala de lectura CTS+I: [En línea: http://www.oei.es/salactsi/acevedo11.htm] [Fecha de consulta: 02/06/2015].

MORA, L. y ROSICH, N. (2011). Las actividades matemáticas y su valor competencial: Un instrumento para su detección. *Números: Revista Didáctica de las Matemáticas*, 76, pp.69-82.

MORAL, A., ARRABAL, J.M. y GONZALEZ, J.I., (2010) Strategic Assessment of New Experiences in Schools: The Application of a SWOT Matrix in the “Mediterranean” Early Childhood and Primary School of Cordova. *Estudios Sobre Educación,* 18, pp.165-200.

MORRISSEY, J. (2007). El uso de TIC en la enseñanza y el aprendizaje: Cuestiones y desafíos. Citado en MAGADÁN, C. y KELL, V. Las TIC: del aula a la agenda política. En POGGI, M. (2008). *Seminario internacional cómo las TIC transforman las escuelas,* (pp.81-90). Buenos Aires: IIPE.

MUÑIZ, R. (2006). *Marketing en el siglo XXI*. Madrid: Centro de Estudios Financieros

NÚÑEZ, J. C., GONZÁLEZ-PIENDA, J. A., ALVAREZ, L., GONZÁLEZ-CASTRO, P., GONZÁLEZ-PUMARIEGA, S., ROCES, C., ... y RODRIGUES, L. S. (2005). Las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. En *Actas do VIII Congreso Galaico-Portugués de Psicopedagoxía* (pp. 2389-2396). Braga: Universidade do Minho.

NISS, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. En *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115-124).

ORELLANA, A. (2010). El proyecto Kilpatrick: Metodología para el desarrollo de competencias. *Clave XXI: Reflexiones y Experiencias en Educación*, 1, pp.1-14.

PÉREZ GÓMEZ, A. (1995). Autonomía profesional del docente y control democrático de la práctica educativa. En AA.VV., *Volver a pensar la educación: Congreso Internacional de Didáctica* (pp. 339-347). A Coruña: Fundación Paideia.

REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, *por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Ministerio de Educación y Ciencia. Gobierno de España.

RICO, L. y SEGOVIA, I. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. CASTRO (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.

ROEGIERS, X. (2008). L'approche par compétences dans le monde: entre uniformization et différenciation, entre equité et inequité. in*Direct*, 10, pp.61-77.

SAMACA, J. (2014). Creencias y actitudes hacia las matemáticas de estudiantes de ingeniería de la USTA-Tunja: aportes para su enseñanza. En AA.VV. *Memorias del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.* Buenos Aires: Argentina.

SCARDAMALIA, M. y BEREITER, C. (1992). *Two models of classroom learning using a communal database.* Citado en MARTIN, J.F., MURILLO, J. y FORTUNY, J.M. *El Aprendizaje Colaborativo y la Demostración Matemática*. (Recurso en línea). Accesible en: http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/MartinMurilloF02.pdf

SOLVES, J. y VILCHES, A. (1992). El modelo constructivista y las relaciones Ciencia/Tecnología/Sociedad (CTS). *Enseñanza de las Ciencias*, 10 (2), pp.181-186.

VAELO, J. (2003). *Resolución de conflictos en el aula*. Madrid: Santillana Educación.

VAELLO, J. (2011). *Como enseñar a los que no quieren*. Barcelona: Graó.

VALDÉS, P., y ROMERO, X. (2011). Orientación CTS, un imperativo en la enseñanza general. *Revista Iberoamericana de Educación*, 55 (4), 1-9.

VELEZ, M.A. (2006). Aprendizaje basado en proyectos colaborativos en la educación superior. En MANTECA, E. (coord). *Ciencias. Antología. Primer Taller de Actualización sobre los Programas de Estudio 2006. Reforma de la Educación Secundaria,* (pp.9-13). Buenos Aires: Secretariado de Educación Pública.

VILÀ, M. (2006). Reflexiones sobre el Aprendizaje Cooperativo en el Trabajo por Proyectos. *Revista Andalucía Educativa*, 57, pp.31-33.

ANEXO A:

MATERIAL DIDÁCTICO
“CUADERNO DEL ESTUDIANTE”

¿CÓMO MEDIMOS NUESTRO MUNDO?

CUADERNO DEL ESTUDIANTE

0.1 ¿Para qué medimos?

Aprender a medir es importante porque nos permite conocer el tamaño de los objetos, lo que nos sirve para compararlos u ordenarlos según su dimensión y facilitar su uso en ciertos aspectos cotidianos.

Para medir es conveniente hacer compa-raciones entre diversos objetos y luego, elegir una unidad de medida, que puede ser otro objeto o simplemente una parte del cuerpo, como el pie, la mano o los dedos. ¿Qué elementos de medición conoces?

La medida por comparación

En muchas ocasiones podemos distinguir que un objeto es más grande que otro con sólo mirarlos. En esos casos medimos por apariencia o por sensación, o "a ojo de buen cubero".

Pero no siempre los objetos que tenemos que medir tienen una diferencia de tamaño tan clara. Incluso, aunque el tamaño entre dos objetos sea fácil de distinguir, es más complicado cuando tenemos que explicarle a otro de cuánto es esa diferencia de tamaño, altura, longitud o volumen.

Para realizar una medición más precisa, es necesario que elijamos un elemento de medición. De este modo, podremos expresar la medida de los objetos que queramos según una misma unidad y otros podrán entender nuestras comparaciones.

Por lo tanto, primero tomamos un unidad de medida y luego hacemos la medición no por apariencia o simple sensación, sino comprobándolo con el elemento que elegimos para medir. Esto es aprender a medir por comparación, comparamos los objetos a medir con la unidad que hemos seleccionado.

¡Captura el código con tu móvil para aprender mas!

Las primeras mediciones

Las primeras mediciones realizadas estuvieron relacionadas con la masa, la longitud y el tiempo, y posteriormente las de volumen y ángulo como una necesidad debido a las primeras construc-ciones realizadas por el hombre.

Así, por ejemplo, en las primeras mediciones de longitud se empleaba el pie, el palmo, el brazo, etc., que constituyeron, al mismo tiempo, los primeros patrones de medición, que eran fácilmente emulables y pre-sentaban cierta uniformidad.

Además, se comparaban masas de acuerdo con la sensibilidad muscular o se medían distancias relacionándolas con el tiempo, a partir de lo que se podía recorrer a pié en un día y otras mediciones por el estilo.

Todas estas unidades de medida resultaban imperfectas, ya que variaban de individuo en individuo y de un lugar a otro, lo que comenzó a crear dificultades a la hora de establecer las primeras relaciones comerciales entre los hombres.

Historia de la medición

Hace algunos siglos, medir resultaba algo muy complicado. Como decíamos, medir es simplemente comparar, y cada persona, cada pueblo, cada país comparaba las cosas con lo que más se le antojaba. Aún hoy mucha gente, cuando no tiene una regla o una cinta métrica, mide el ancho de la puerta con la mano o el largo del patio con pasos. El problema con esto es obvio: todos los seres humanos no tienen los pies ni las manos del mismo tamaño.

Durante la revolución francesa, época de grandes cambios, los franceses decidieron que tenían que fundar un sistema de mediciones racional y único para todos. Mientras los políticos se dedicaban a mandar a sus enemigos a la guillotina, la Asamblea Nacional creo el Sistema Internacional que ya conocemos.

¿Sabemos realmente medir?

Hoy en día, nos resulta familiar decir que una lata de cocacola tiene 33 cl., un pino mide 4 metros de alto, que un campo de football mide 4050 m², que el sol está a 149.600.000 km o que en una piscina caben 50.000 litros, que nuestra casa es de 90 m² que un edificio es tan alto como 25 coches, o que un plano está a escala, pero...

¿Sabemos realmente como medir todas estas cosas?.

No te preocupes, en las próximas semanas aprenderás a hacerlo

1.1 El enigma de la altura de las Pirámides

En la Necrópolis de Guiza en Egipto, la más antigua de las siete maravillas del mundo y la única que aún se conserva, se encuentran las famosas pirámides construidas por los faraones de la cuarta dinastía, Keops, Kefrén y Micerino: Jufu (Keops), también conocida como la Gran Pirámide, Jafra (Kefrén) y, algo más pequeña, Menkaura (Micerino).

Cuenta la leyenda relatada por Plutarco que Thales de Mileto, uno de los llamados siete sabios de Grecia, durante uno de sus viajes a Egipto se encontró cierto día visitando la Necrópolis con el joven e inquieto Rey de Egipto, quien deslumbrado por la fama y sabiduría de Tales, le preguntó si podía medir la altura de la majestuosa pirámide de Keops que se levantaba ante ellos.

Era por la mañana, muy temprano, y acababa de salir el sol por el horizonte. Es sabido que a esa hora las sombras que las personas y los objetos proyectan son muy largas, luego se acortan a medida que avanza el día, sobre todo al mediodía, y ya por la tarde empiezan de nuevo a alargarse. Ante la pregunta del Rey, Tales reflexionó unos instantes y le contestó que no solo la calcularía, sino que incluso la mediría sin ayuda de ningún instrumento.

Dicho esto, tomó un bastón de madera, lo colocó en posición vertical, trazó un círculo de radio igual a la altura del bastón, y se puso a esperar. Como todavía era muy pronto, la sombra proyectada por el bastón vertical superaba mucho la longitud de la circunferencia, pero a medida que avanzaba el día esa sombra se fue acortando. Cuando su longitud se hizo igual que la del radio, Thales le dijo al Rey:

“Ahora ya es muy fácil conocer la altura de la pirámide, sólo tenemos que medir la longitud de su sombra”.

1.2 Las medidas proporcionales

Estamos acostumbrados a escuchar que los objetos se miden en campos de fútbol o en autobuses. Esto sirve para que podamos imáginarnos intuitivamente cómo de grandes son las cosas o cuánto miden.

Si un barco petrolero mide lo mismo que 25 coches, ¿cuánto puede medir éste petrolero?

Si dos magnitudes son tales que a doble, triple... cantidad de la primera corresponde doble, triple... de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son directamente proporcionales, es decir, entre ambos elementos existe una determinada ***PROPORCIÓN***.

En el ejemplo anterior, dado que un petrolero mide 25 veces la dimensión de un coche, la proporción entre ambas medidas es de 25 veces la del coche.

En matemáticas, esta proporcionalidad se denomina ***RAZÓN DE SEMEJANZA*** y puede aplicarse para calcular magnitudes a las que no podemos acceder a partir de una proporción conocida.

1.3 Teorema de Thales

En el apartado anterior hemos visto como dos magnitudes están relacionadas entre sí por una proporción. Ahora vamos a aprender que un conjunto de magnitudes, segmentos o medidas también pueden relacionarse entre ellos por medio de proporcionalidades.

Thales de Mileto, antes de ser capaz de medir la altura de la pirámide, se dio cuenta que en un grupo de rectas paralelas cortadas por otras no paralelas se producen relaciones de proporcionalidad entre los segmentos resultantes

Esta propiedad, que se conoce como la **PRIMERA REGLA DE THALES**, y dice que si ***dos rectas cualesquieras (r, s, t) se cortan por varias rectas paralelas (a, b, c), los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.***

Esta propiedad podemos comprobarla en la segunda imagen. Si medimos sobre la figura podremos comprobar que se cumple:

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = k$$

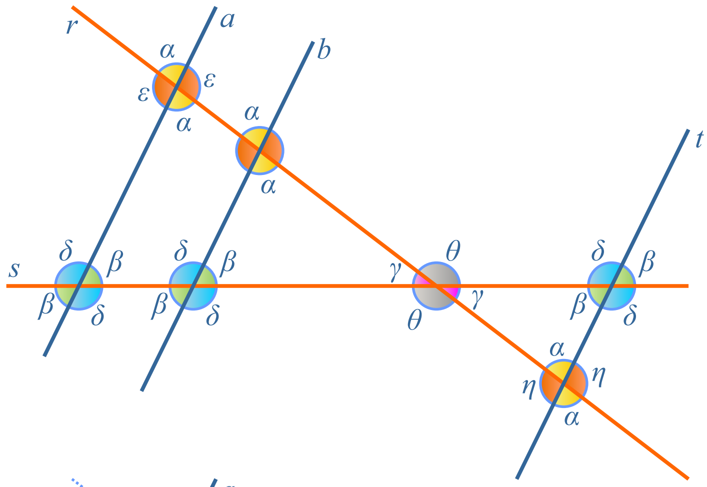
$$\frac{OA}{AA'} = \frac{OB}{BB'} = \frac{OC}{CC'} = k$$

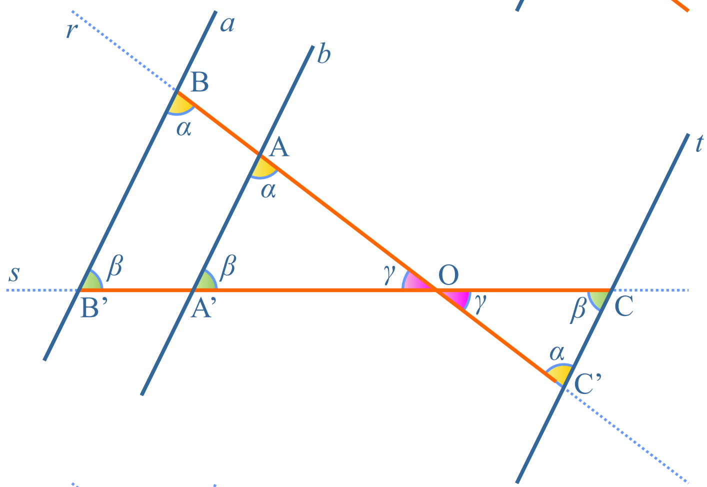
$$\frac{OA'}{AA'} = \frac{OB'}{BB'} = \frac{OC'}{CC'} = k$$

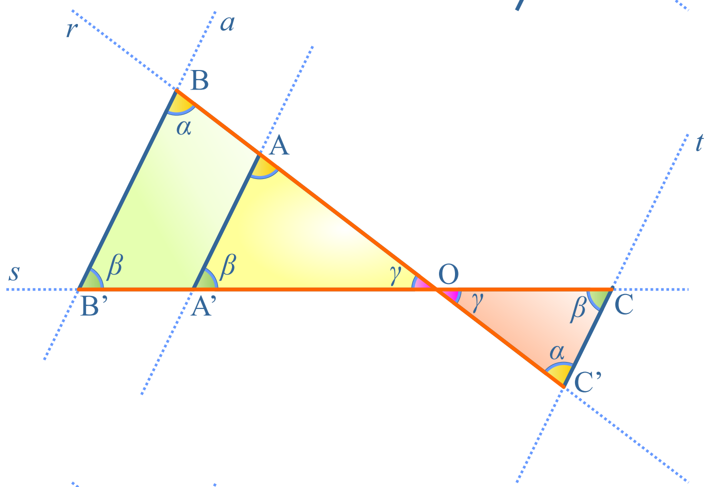
Si encerramos el área dentro de cada uno de los segmentos que unen los puntos con el origen, se nos genera un grupo de triángulos: OAA' OBB' y OCC". Esta disposición de triángulos se conoce como ***TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE THALES***, y tienen la característica de que sus lados son proporcionales entre sí.

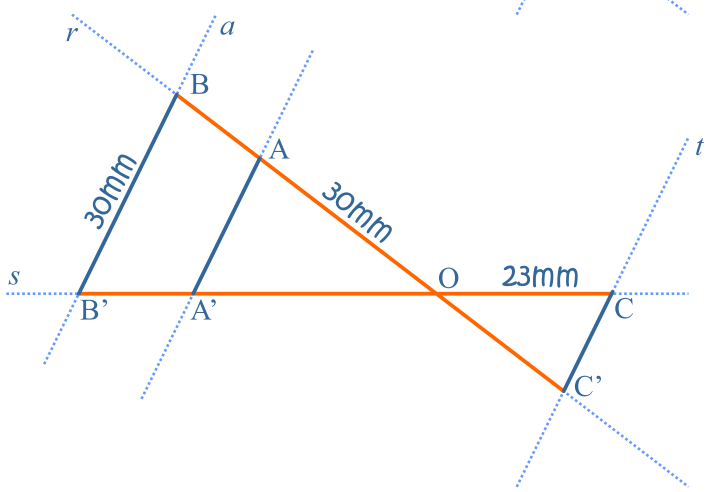
Esta propiedad es muy importante porque nos permite conocer las dimensiones de objetos completos conociendo únicamente la proporción que una de sus medidas tiene respecto de otra distinta.

01 Mide sobre la última figura de la derecha la longitud de cada segmento y comprueba que se cumple el teorema de Thales. ¿Cuál es la proporcionalidad?

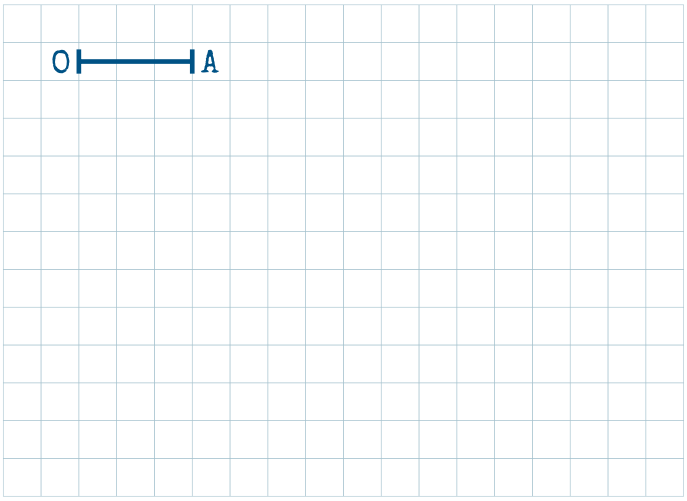




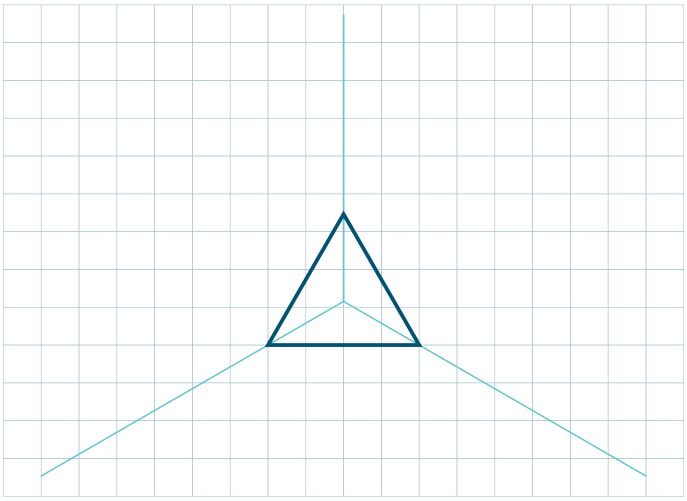




02 Dibuja un segmento que sea 2, 3 y 4 veces mayor que el segmento dado OA, ¿cuál es la proporción entre segmentos?



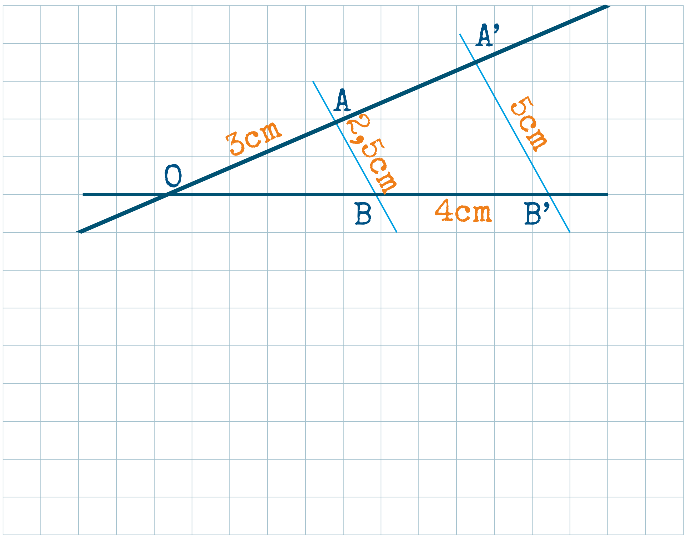
03 Dado el triángulo ABC, dibuja un triángulo A'B'C' con una razón de semejanza de 2,5



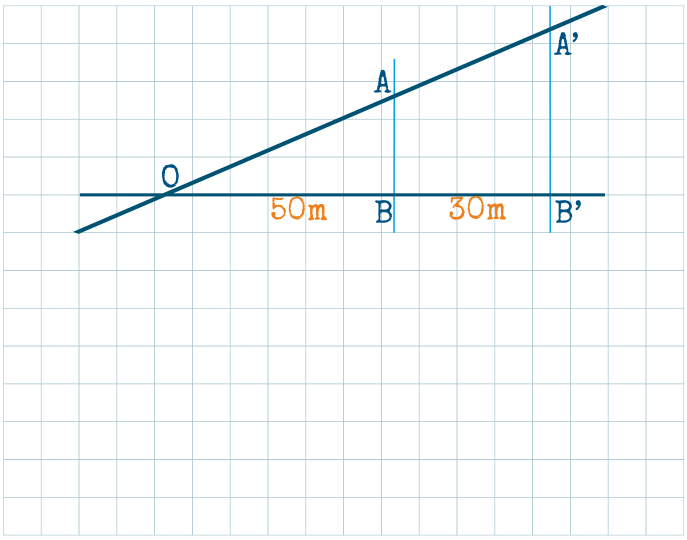
04 Sara está en una foto con su padre Ismael, en la foto Sara mide 3cm y su padre 3,5cm. Si Sara mide 1,50m, ¿cuánto su padre?

05 El monumento del minotauro tomó como modelo a una persona de 1,77m hasta el cuello. Si la escultura es 13 veces mayor que el modelo, ¿cuándo mide en realidad?

06 Aplica el Teorema de Thales para calcular las dimensiones de los segmentos OA, OA', OB, OB', AB, A'B':



07 Calcula la altura del segmento A'B', sabiendo que la altura del segmento AB es de 25 metros. ¿Cuál es la proporción?

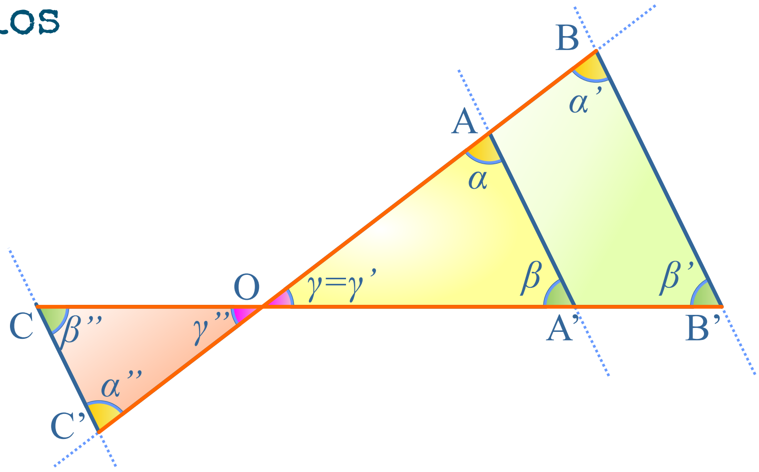


1.4 Semejanza de triángulos

La ***SEMEJANZA*** es la ***variación en tamaño entre dos cuerpos con formas idénticas***. Se dice que dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma forma pero sus tamaños son diferentes.

Por lo tanto, ***dos triángulos son semejantes si tienen similar forma***. En el caso del triángulo, la forma sólo depende de sus ángulos, pudiéndose simplificar así la definición: dos triángulos son semejantes si sus ángulos son iguales. En la figura, los ángulos correspondientes son $\alpha=\alpha'=\alpha''$; $\beta=\beta'=\beta''$; $\gamma=\gamma'=\gamma''$.

Una característica de los triángulos es que si multiplicamos todas las longitudes por un mismo factor (razón de semejanza), obtenemos un triángulo semejante. Por lo tanto, dos triángulos semejantes son proporcionales.



En resumen, ***dos triángulos son semejantes si:***

1. ***Tiene dos ángulos iguales.***
2. ***Tienen los lados proporcionales.***
3. ***Tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.***

1.5 Cálculo de distancias inaccesibles

En la vida diaria, en multitud de ocasiones, se puede aplicar el teorema de Thales y la semejanza de triángulos para el cálculo de distancias cuando uno de los extremos es inaccesible; por ejemplo: medir la altura de un árbol, de una catedral, la distancia a la está un barco o, como vimos al principio, de una pirámide de Egipto.

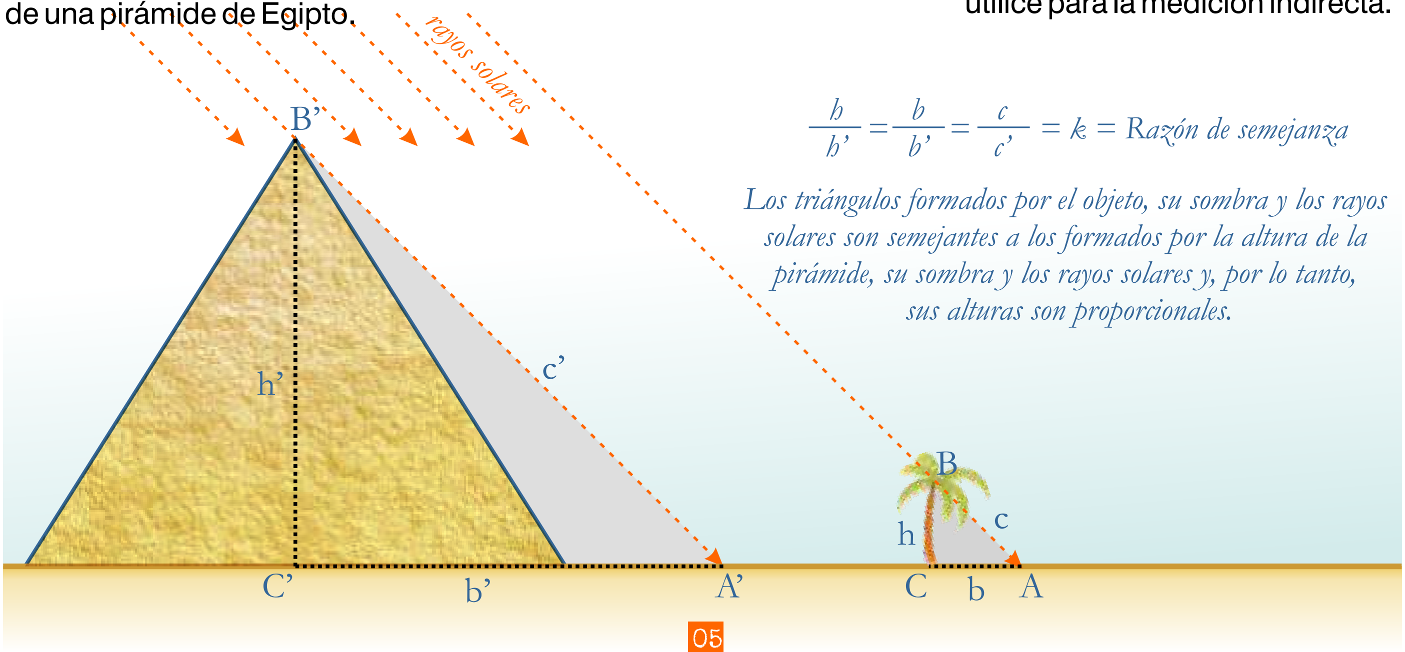
Para poder medir estas alturas podemos recurrir al teorema de Thales y a la semejanza de triángulos. Como podemos ver en la ilustración inferior, los rayos solares son paralelos, por lo que dos objetos que están bañados simultáneamente por la misma luz del sol proyectan su sombra con el mismo ángulo.

Como el ángulo que forman los rayos con la sombra arrojada es idéntico, al ser las alturas de un objeto y la pirámide proporcionales, la longitud de sus sombras serán también serán proporcionales.

La proporcionalidad se mantendrá sea cual sea el objeto que se utilice para la medición indirecta.

$$\frac{h}{h'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k = \textit{Razón de semejanza}$$

Los triángulos formados por el objeto, su sombra y los rayos solares son semejantes a los formados por la altura de la pirámide, su sombra y los rayos solares y, por lo tanto, sus alturas son proporcionales.



08 Hemos ido de viaje a visitar la pirámide de Keops y queremos conocer su altura. Nuestro guía "Al-Sakad Meted" se nos ofrece como comparación. Sabiendo que mide 175,00cm y que su sombra es de 146,60cm, ¿cuánto mide la pirámide si su sombra en ese momento es de 122,80 metros?

09 Sabiendo que la sombra de una persona de 1,85m mide 120cm, ¿cuánto mide el minotauro si en el mismo momento su sombra mide 14,90m?

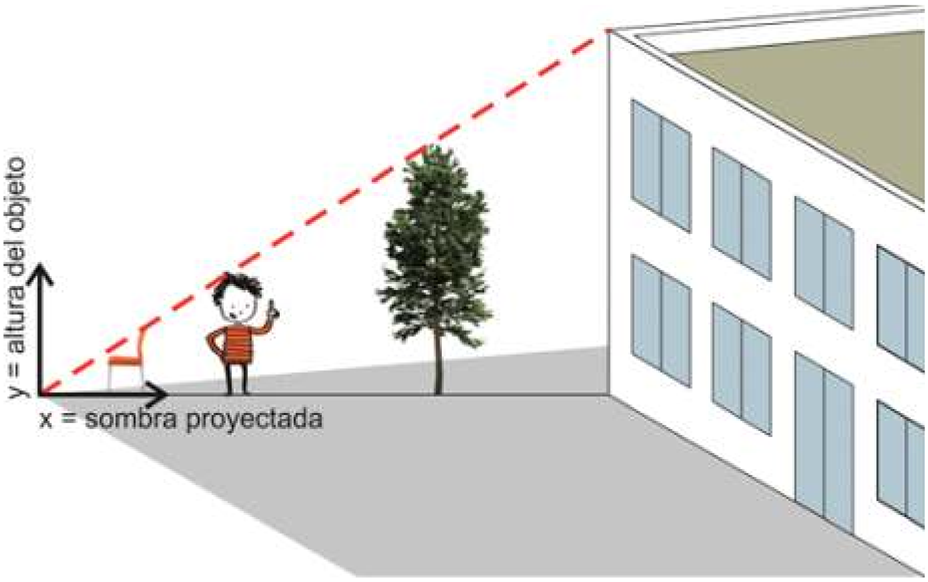
10 Una piscina tiene 2,3 m de ancho; situándonos a 116 cm del borde, desde una altura de 1,74 m, observamos que la visual une el borde de la piscina con la arista opuesta del fondo. ¿Qué profundidad tiene la piscina?

11 Para medir la altura de un edificio, Pedro, de 165 cm de altura, se sitúa a 2,3 m de una farola de 3,32 m situado entre él y el edificio de forma que su extremo, el pretil del edificio y sus ojos se encuentran alineados. Sabiendo que Pedro se encuentra a 56 m del pie del edificio, calcula su altura

1.6 Recreación de la altura de la pirámide

En este ejercicio vamos a recrear la experiencia de Thales para medir la altura de objetos inaccesibles mediante otros objetos de los que sí disponemos.

En concreto obtendremos las alturas del edificio del Instituto mediante la semejanza con otros objetos disponibles en el patio: porterías, bidones, papeleras, puentes, postes, compañeros, reglas, maletas, etc. Probaremos con tres muestras distintas y compararemos los resultados, ¿qué observamos?



Objeto de comparación 1:______________________; Sombra: ______ cm; Altura: ______ cm; H/S______

Objeto de comparación 2:______________________; Sombra: ______ cm; Altura: ______ cm; H/S______

Objeto de comparación 3:______________________; Sombra: ______ cm; Altura: ______ cm ; H/S______

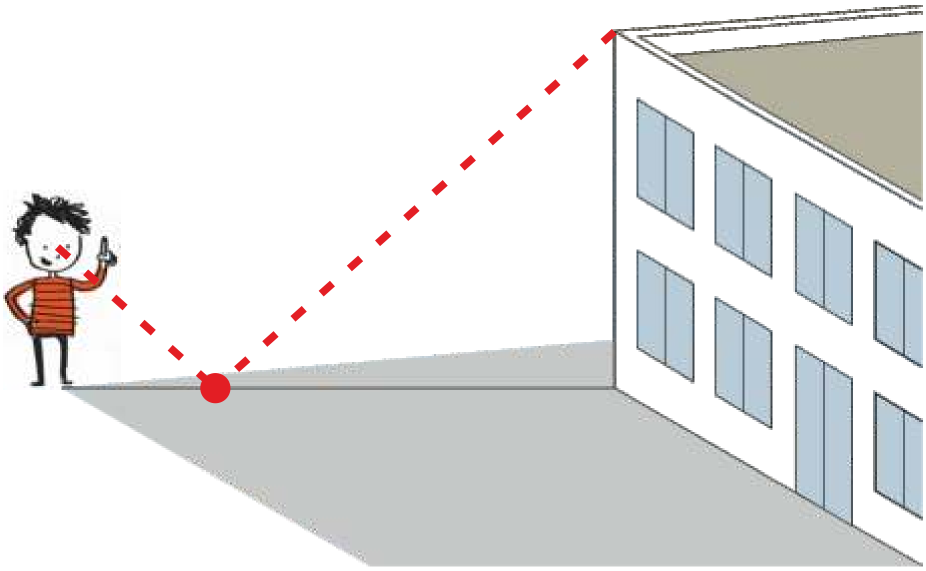
12 Calcula la altura del Colegio, así como el proceso seguido. Expón tus conclusiones.

1.7 Calcular alturas con un espejo

En esta actividad vamos a calcular la altura del edificio del colegio, o de cualquier otra cosa que queramos con la altura de un espejo y una cinta métrica.

Para ello, únicamente tenemos que colocar el espejo en el suelo y desplazarnos hasta que veamos el punto mas alto reflejado en el centro del espejo. Entonces, uno de nuestros compañeros medirá la distancia desde ese reflejo hasta el edificio y otro desde el reflejo a nuestra posición.

una vex hecho esto sólo tenemos que medir a que altura están nuestros ojos y calcular la altura del edificio aplicando los conocimientos que hemos adquirido en clase.



En el esquema superior podemos ver como debemos colocarnos para que el experimento salga correc-tamente. No es necesario que nos coloquemos exactamente perpendiculares al edificio, la única precaución que debemos tener es que todas las medidas deben estar alineadas.

13 Con la ayuda de un espejo y de una cinta métrica, calcula la altura de el edificio del colegio. Puedes utilizar el esquema y las instrucciones arriba expuestos o cualquier otro método que se te ocurra. Explica el fundamento matemático utilizado para calcular esta altura.

1.8 Calcular la distancia de la Tierra al Sol

La unidad astronómica (UA), que representa la distancia entre el Sol y la Tierra, ha dejado de ser el resultado de cálculos complicados, para pasar a tener un valor permanente y preciso. La distancia entre el Sol y nuestro planeta es de 149.597.870.700 metros, ¡casi ná!.

Los astrónomos establecieron la distancia exacta en la última Unión Astronómica Internacional (2012). Así esta distancia, una medida muy importante para realizar cálculos astronómicos, se convierte en una cifra concreta, que no va a cambiar el mundo, pero facilita el trabajo de los astrónomos y les hacer sus cálculos con más facilidad.

Los astrónomos intentaban calcular esta distancia desde tiempos inmemoriales. El matemático griego Eratóstenes la definió como 804 millones de estadios (aproximadamente 149 millones de kilómetros). Los primeros en hacer una medición precisa fueron Giovanni Cassini con su colega Jean Richer, quienes en 1672 observaron Marte desde París y Cayena (Guayana Francesa) respectivamente. Tomando el paralaje, o la diferencia angular, entre las dos observaciones, calcularon la distancia de la Tierra a Marte y la usaron para hacer lo propio con la distancia entre la Tierra y el Sol. Según sus cálculos, la distancia era de unos 140.000.000 km.

Hasta la segunda mitad del siglo XX la medición de paralaje era la única manera fiable de calcular las distancias en nuestro Sistema Solar. Más tarde la definición de la unidad astronómica incorporó la constante gravitacional de Gauss, que complicaba los cálculos y causaba problemas a los astrónomos. A pesar de los complicados cálculos, el valor de la distancia era bastante aproximada. El nuevo valor está basado en la observación directa, ya que las técnicas modernas permiten medir directamente las distancias con precisión.

Pero no debemos olvidar que el valor de la Unidad Astronómica (UA) es un valor medio aproximado. Todos los años, a comienzos de enero (perihelio), nos encontramos más alejados del Sol que en julio (afelio). En concreto, nuestro planeta se encuentra 5 millones de kilómetros más cerca del Sol en enero que a comienzos de julio.

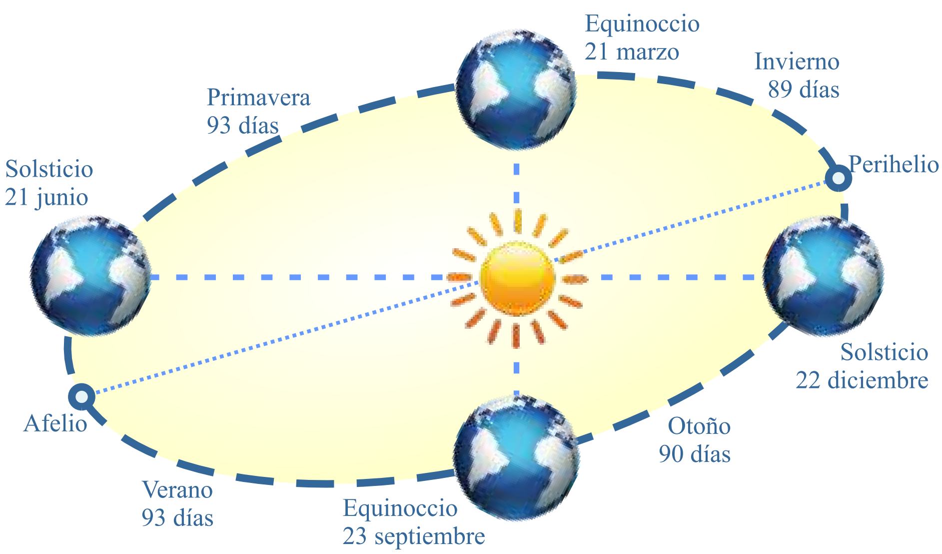
Por lo tanto, queda claro que la distancia cambiante de la Tierra con respecto al Sol no es lo que produce las estaciones. En lugar de esto, tenemos estaciones debido a la inclinación de la Tierra en su eje. En el invierno, nuestra parte de la Tierra se encuentra inclinada, lejos del Sol. En el verano, nuestra parte de la Tierra está inclinada hacia el Sol.

Y a pesar de que nuestra distancia del sol no crea las estaciones, sí afecta la duración de las estaciones. Cuando la Tierra más se acerca al Sol durante el año, como ocurre en enero, significa que nuestro planeta está moviéndose lo más rápidamente posible en órbita alrededor del Sol. Por lo tanto, el invierno del Hemisferio Norte, el cual también es el verano del Hemisferio Sur, resulta ser la estación más corta del año. Es decir, existen menos días entre el solsticio de diciembre y el equinoccio de marzo que entre cualquier otro solsticio y equinoccio.

Todo esto se debe a la forma de la órbita de la Tierra. Nuestra órbita alrededor del Sol no es un círculo. Es una elipsis, como un círculo en el que alguien se sentó y el cual aplastó.

Entonces te preguntarás, ¿cómo podemos saber a que distancia estamos realmente del sol?. Pues hay un método muy sencillo, que los científicos utilizan para conocer la distancia actual de la tierra al sol, y que utiliza los conceptos de semejanza que ya hemos aprendido.

Para ello, los científicos utilizan un aparato llamado tubo oscuro que consiste en un tubo de grandes dimensiones con una pequeña perforación en uno de sus



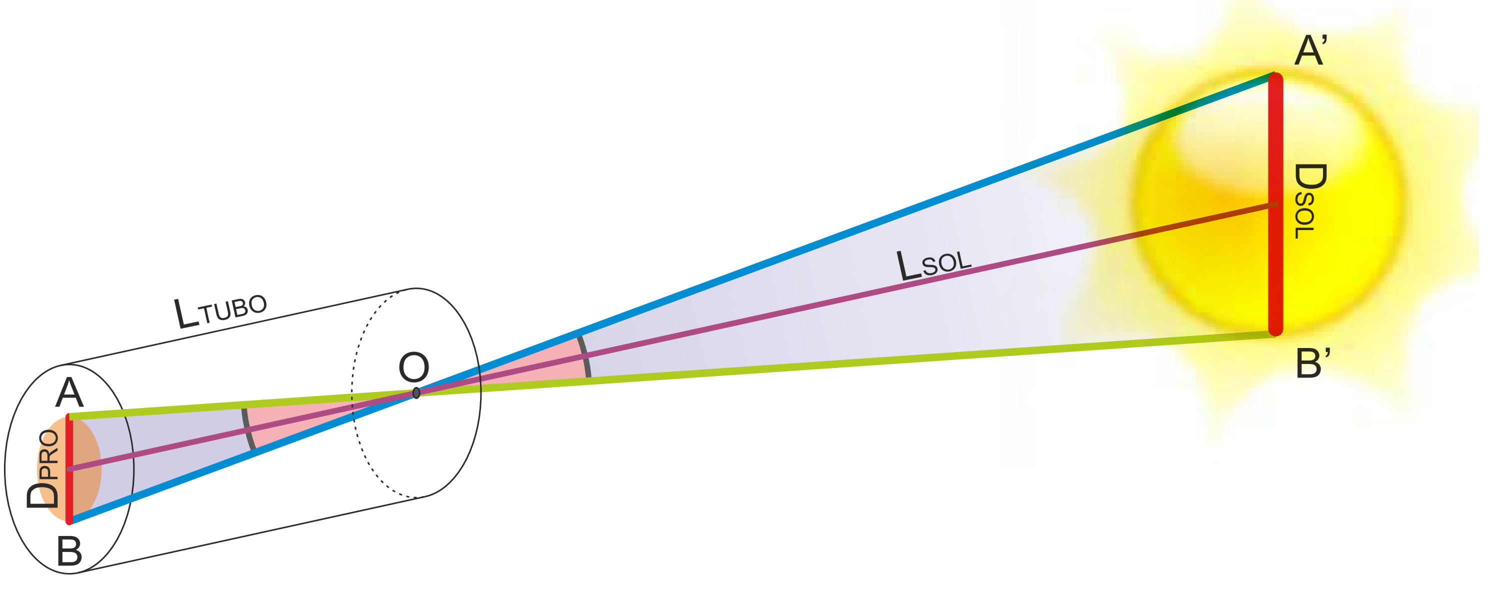
extremos que permite proyectar en el otro extremo una figura semejante al sol.

Como sabemos que el diámetro del sol es una magnitud constante de 1.392.000 km, podemos calcular fácilmente la distancia desde la superficie terrestre hasta el sol. Únicamente tenemos que establecer un sistema de triángulos semejantes en los que dos de los lados proporcionales sean el diámetro del sol y su proyección en el extremo opuesto a la perforación.

Para construir el instrumento necesario, necesitamos los siguientes materiales y seguir el procedimiento que se indica:

- Tubo de cartón (Pringles)
- Papel vitela (o vegetal)
- Pegamento
- Alfiler o chincheta.

1. Realizamos un pequeño orificio en el fondo metálico del tubo de Pringles con la punta de una aguja o chincheta.
3. En el otro extremo del tubo colocamos papel vitela (o vegetal), lo tensamos y lo pegamos , recortando el sobrante de papel.
4. Orientamos el tubo con la perforación hacia el sol, de forma que podamos ver la proyección de la imagen del sol en el papel vegetal. Entonces con una regla medimos el diámetro de la imagen (si el papel es lo bastante resistente, podemos dibujar una regla en el mismo para facilitar la medida).
5. Por último, calculamos:



14 Utilizado el instrumento indicado anteriormente, calcular la distancia a la que se encuentra el sol actualmente aplicando la semejanza de triángulos. Expón los conocimientos matemáticos empleados.

2.1 Origen de los conceptos de área y perímetro

La geometría fue descubierta en Egipto, teniendo su origen en la medición de áreas y perímetros ya que esta era una necesidad vital para los egipcios debido a que la crecida anual del río Nilo, que de manera regular inundaba los campos y destruía los límites de las parcelas cultivables. Este fenómeno ocasionaba graves trastornos a los antiguos agricultores egipcios.

Por ejemplo, los agricultores debían para un tributo al Faraón por las tierras que cultivaban. Los terrenos se distribuían uniformemente entre los agricultores en parcelas rectangulares iguales. Cuando el río inundaba parte de su tierra, el dueño pedía una deducción proporcional en el impuesto, por lo que el Faraón encargaba a los agrimensores que se desplazasen a los campos para certificar que fracción de tierra había sido inundada.

¡Captura el código con tu móvil para aprender mas!

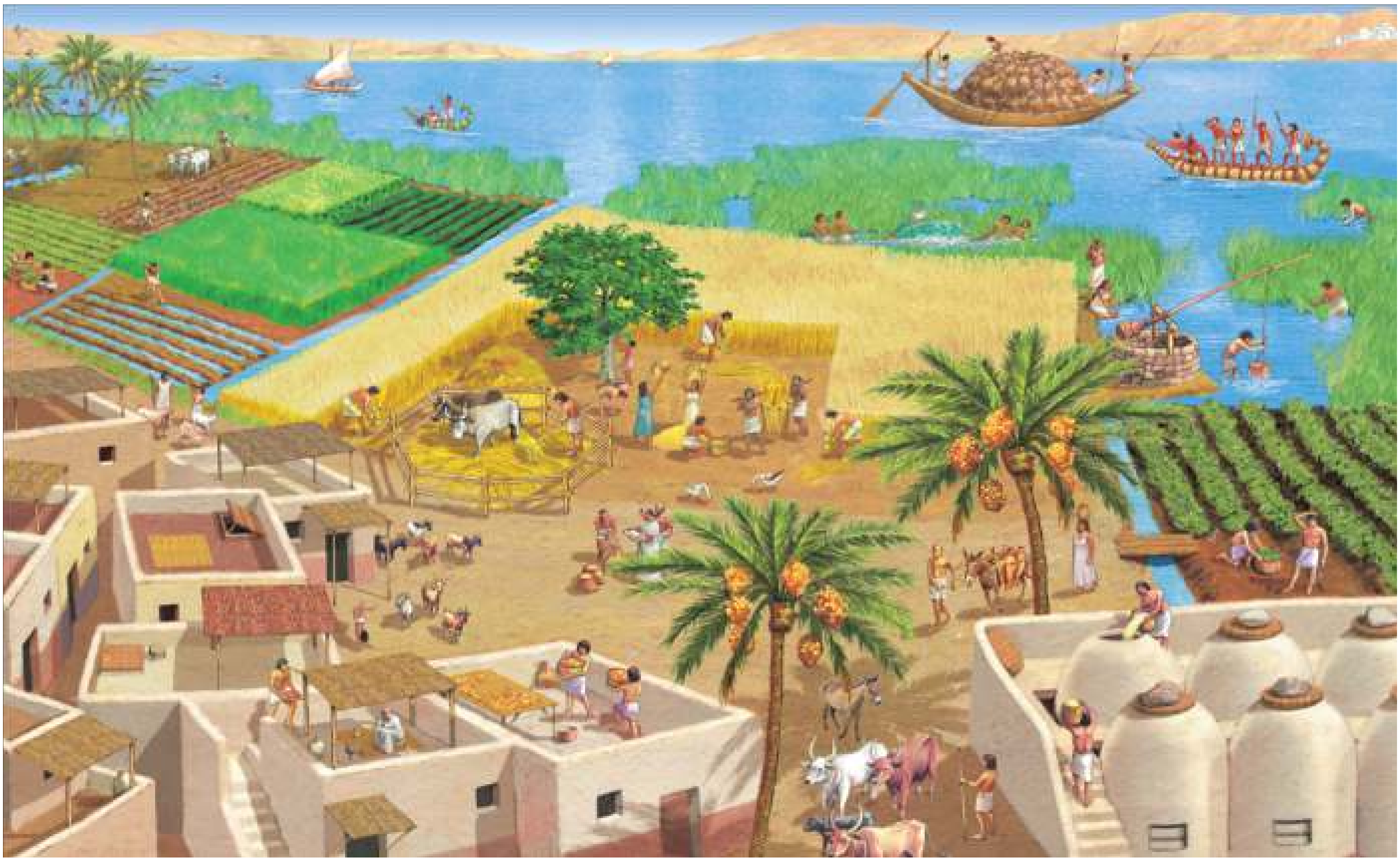
El otro problema surgía cuando el agua volvía a su cauce, ya que la crecida se llevaba las señales que indicaban los límites del terreno de cada agricultor, por lo que era necesario calcular el área de cada parcela agrícola para restablecer sus límites.

Además de eso, el cálculo del área aporta información respecto a cómo podemos sembrar dicho campo o qué cantidad de fertilizante utilizar.

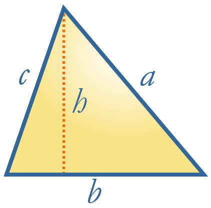
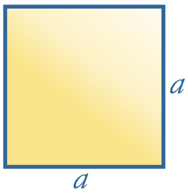
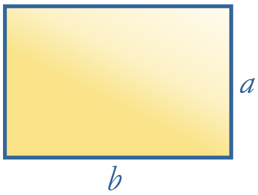
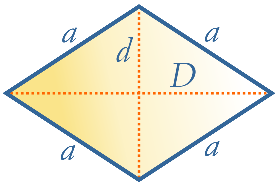
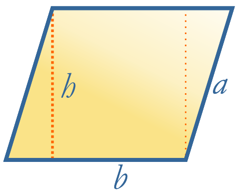
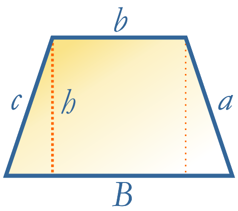
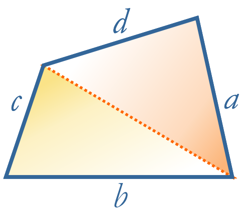
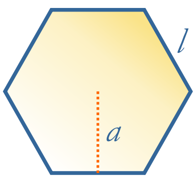
Debido a esto, la palabra Geometría viene del griego geo, que significa "tierra", y metrein, que significa "medir", y es la rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio.

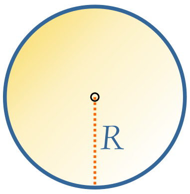
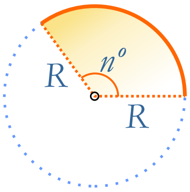
La palabra perímetro proviene del latín perimetros, que se refiere al contorno de una superficie o de una figura y a la medida de ese contorno. De esta manera, el perímetro permite calcular la frontera de una superficie, por lo que en la antigüedad resultaba de gran utilidad, por ejemplo, para calcular la cantidad de material que se necesitaba para alambrar un campo.

Fuente: http://gombocgauss.blogspot.com.es/



Agricultura en el antiguo egipto. *Fuente: http://estudiandosocialesestoy.blogspot.com.es*

POLÍGONO	FIGURA	ÁREA	PERÍMETRO
Triángulo		$A = \frac{b \cdot h}{2}$	$P = a + b + c$
Cuadrado		$A = a \cdot a = a^2$	$P = a + a + a + a = 4a$
Rectángulo		$A = a \cdot b$	$P = a+a+b+b = 2(b+a)$
Rombo		$A = \frac{D \cdot d}{2}$	$P = a + a + a + a = 4a$
Romboide		$A = a \cdot b$	$P = a+a+b+b = 2(b+a)$
Trapecio		$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$	$P = a + B + b + c$
Trapezoide		$A =$ Suma del área de los triángulos	$P = a + b + c + d$
Polígono Regular		$A = \frac{P \cdot a}{2}$	$P = n \cdot l$ $n =$ nº lados

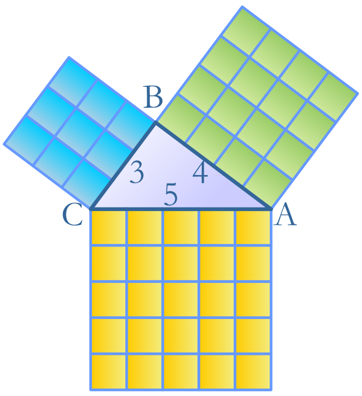
POLÍGONO	FIGURA	ÁREA	LONGITUD
Círculo y Circunferencia		*círculo:* $A = \pi R^2$	*circunferencia:* $L = 2\,\pi\,R$
Sector circular y Arco		*sector circular:* $A = \dfrac{\pi R^2}{360} \cdot n^o$	*arco de circunferencia:* $L = \dfrac{2\,\pi\,R}{360} \cdot n^o$
Figuras Compuestas	*Cualquiera*	*Suma de áreas individuales*	*Suma de lados exteriores*

2.3 Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras dice que, en un triángulo rectángulo, l***a hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.***

Denominamos ***hipotenusa*** al lado mayor del triángulo, que siempre será el opuesto al ángulo recto (90º).

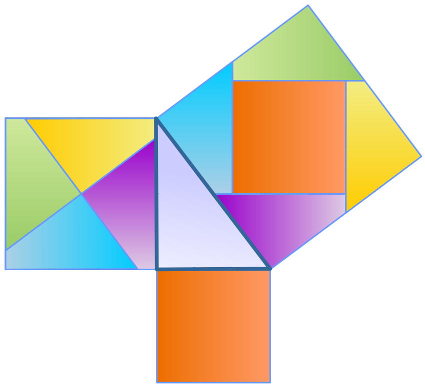
Denominamos ***catetos*** a los lados menores del triángulo, que siempre serán adyacentes al ángulo recto (90º).



Si contamos cuadraditos y operamos podremos comprobar:

25 = 16 +9

$5^2 = 4^2 + 3^2$



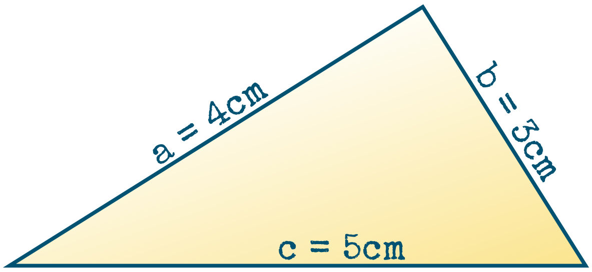
Henry Perigal (1830) demostró que podemos construir el cuadrado correspondiente a la hipotenusa a base de piezas de los dos cuadrados de menor dimensión

2.4 Operando con el Teorema De Pitágoras

Trabajar con el teorema de Pitágoras es muy fácil, si conocemos dos de los lados de un triángulos rectángulo, únicamente tendremos que despejar la incógnita de la expresión:

(cateto1)²+(cateto2)²=(hipotenusa)²

Una vez lo tengamos aislado, el resultado de lado se obtendrá calculando la raíz cuadrada del segundo miembro.

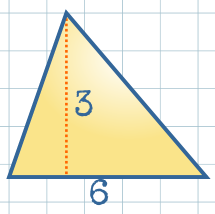


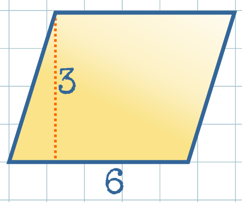
Hipotenusa: $c^2 = a^2 + b^2$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

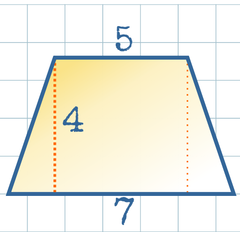
Cateto 1: $a^2 = c^2 - b^2$; $a = \sqrt{c^2 - b^2}$.

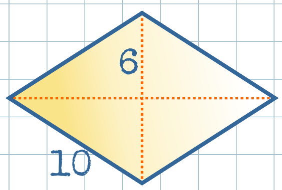
Cateto 2: $b^2 = c^2 - a^2$; $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

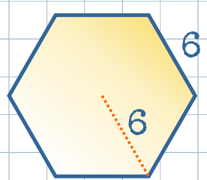
15 Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras

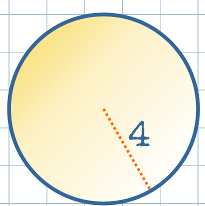




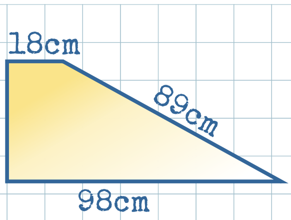




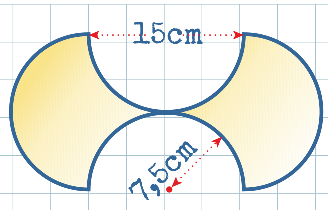




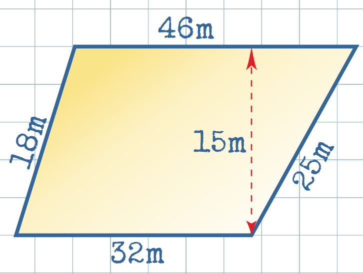
15 Calcula el área y el perímetro de la figura compuesta siguiente



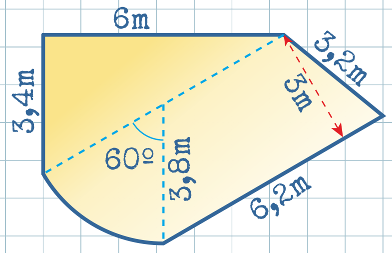
16 ¿Cuántas losas como la que se muestra hacen falta para solar un cuarto de $15m^2$?



17 Nuestros padres se quieren comprar una parcela para hacerse una vivienda y pueden gastarse hasta 70.000€ en el terreno. Si el vendedor pide $125€/m^2$, ¿Está dentro de su presupuesto?



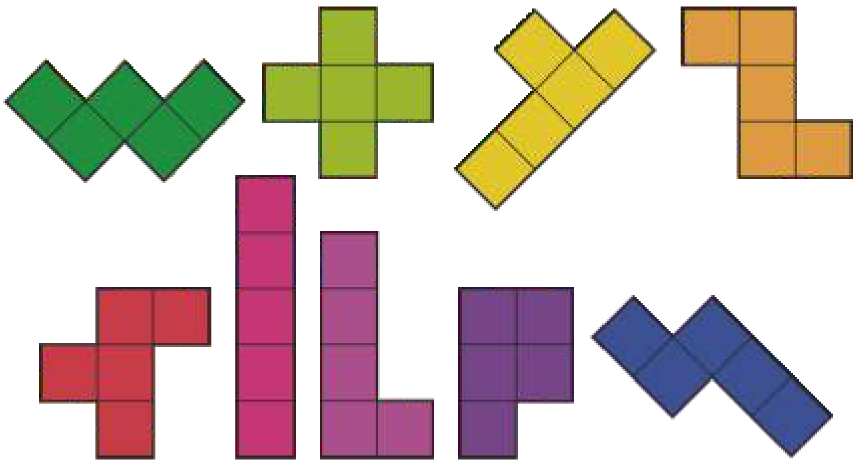
18 La piscina de nuestra casa se llena todos los inviernos de hojas y no queremos seguir limpiándola, por lo que vamos a hacerle una lona para que no se ensucie. ¿cuantos metros de tela necesitamos. Si hay que poner un enganche cada metro, ¿cuantos enganches necesitamos?



2.5 Relación área-perímetro

Las figuras que hay a la derecha son las conocidas como pentominós. Todas ellas tienen la característica de estar compuestas por 5 cuadrados de 1ud², por lo que todas tienen una superficie igual de 5ud².

Si pruebas a contar el perímetro de cada una de ellas te vas a llevar una sorpresa. y es que ***dos figuras con igual área no tienen por qué tener igual perímetro.***



El perímetro de una figura depende de su contorno y no de su tamaño

2.6 Las figuras semejantes

En lenguaje cotidiano, cuando se habla de semejanza, casi siempre se hace referencia al concepto más general de parecido: color "parecido", tamaño "parecido", forma "parecida", etcétera.

En cambio, en matemática el concepto de semejanza está muy ligado al concepto de proporcionalidad; por ello se dice que ***dos objetos son semejantes si "tienen" una proporción entre ellos***.

La proporción existente entre dos figuras semejantes y entre sus partes se denomina ***RAZÓN DE SEMEJANZA (K).***

Teniendo en cuenta la definición de semejanza, ¿son semejantes los minions o son parecidos?

Los minions son parecidos, pero no semejantes

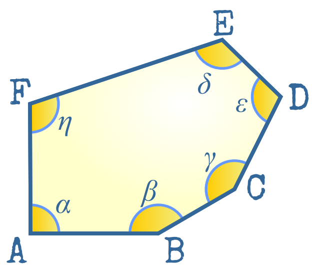
Girar o mover una figura no altera sus proporciones, por lo que figuras con tamaños o posiciones diferentes son semejantes si son proporcionales entre ellos. Entonces, ¿Son semejantes estos caramelos?:

Los caramelos morados son semejantes
Los caramelos azules no son semejantes

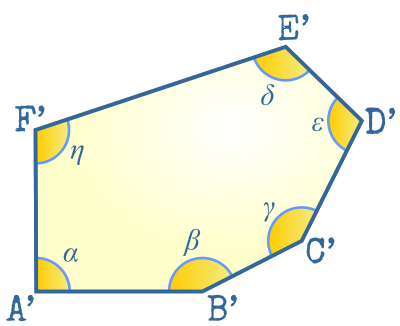
2.7 Los polígonos semejantes

Dos ***POLÍGONOS SEMEJANTES*** si los ***ángulos*** de uno son ***iguales*** a los ángulos correspondientes del otro y los ***lados*** correspondientes son **proporcionales.**

Si un polígono es proporcional a otro y se encuentra movido, girado, etc. No se invalida la semejanza entre ellos.



Los ángulos del polígono de la izquierda son iguales que los del polígono de la derecha

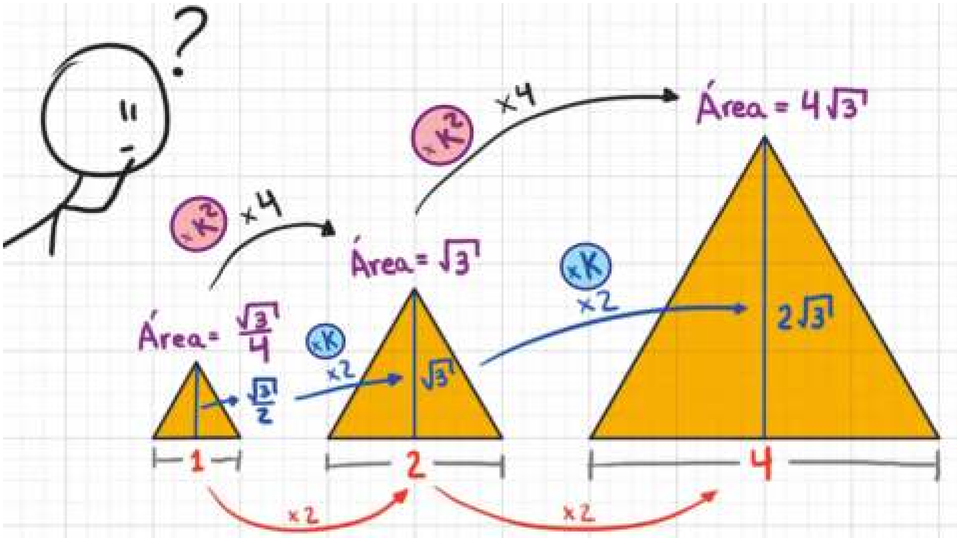


$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EF}{E'F'}=\frac{FA}{F'A'}=K$$

2.8 Área de figuras semejantes

Si partimos de una forma geométrica cualquiera y la duplicados o cuadruplicamos, vemos que las dimensiones aumentan proporcionalmente, pero el área parece mucho mayor.

Esto se debe a que las ***áreas*** son siempre el ***producto de dos magnitudes*** (lado al cuadrado, base por altura, etc.). Si cada una de estas dimensiones aumenta según K, al multiplicarlas entre sí K aparecerá 2 veces en la fórmula, ***por lo que la relación de áreas entre figuras semejantes varía en función de K^2***



Relación entre áreas y perímetros. Fuente: Ever Salazar

19 En el año 2009 el Xerez C.D. ascendió por primera vez a Primera división. Para conmemorar este hecho, el Ayuntamiento decidió vestir al minotauro con los colores del equipo. Para ello se encargó una equipación lo suficientemente grande. Si para la equipación de una persona de 1,70m se necesitan 3,00m² de tela, ¿cuantos metros cuadrados fueron necesarios para vestir al minotauro?. Recuerda que ya calculamos su altura: 23m

20 Si para una equipación de una persona de 170cm se emplea un pliego de tela de 1x3m, ¿que dimensiones debía tener el pliego para la equipación del minotauro?

21 Calcula el área de un exágono de lado 6m y apotema 4m, ¿cuánto medirá el área de un exágono de lados 3 veces mayor? ¿y sus ángulos?

22 Tenemos una foto de nuestro novi@ en formato 5x7, ¿cuánto tendremos que ampliarla para sacarla en formato 20x25?. ¿Serán semejantes las fotos?

23 Cuando se plantan las palmeras hay que apuntalarlas para que no se caigan. Si suelen medir 3m de alto y los puntales son de 4m, ¿A qué distancia deben anclarse?

24 En un triángulo equilátero de 5cm de lado trazamos una recta paralela a la base a un cm de ésta, de forma que se nos crea un segundo triángulo. Halla la altura, el área y el perímetro de cada uno de los triángulos .¿Son semejantes?, en caso afirmativo indica la razón K:

25 Nuestra tele vieja ya no funciona y vamos a comprar una nueva. El hueco del mueble donde va a ponerse mide 200x115cm. ¿Cuantas pulgadas tendrá el televisor mas grande que quepa en el hueco? Datos: Los televisores tienen una relación de aspecto 16:9. Una pulgada son 2,54cm.

2.9 Semejanzas, cámara oscura y la fotografía

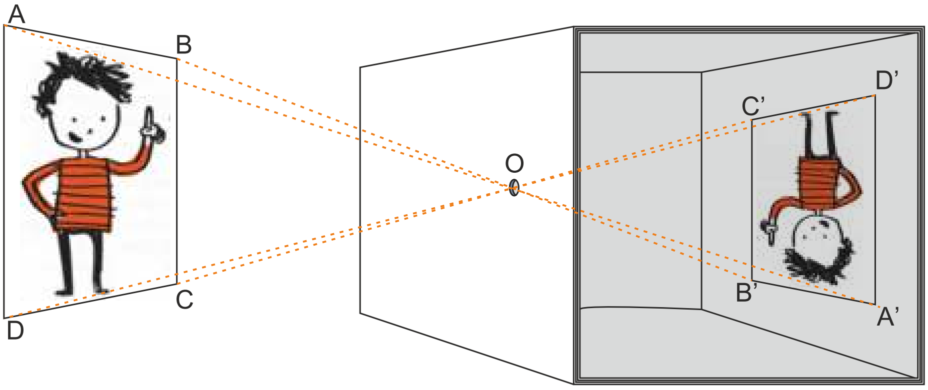


Figura 1. Semejanza en una cámara oscura

Las cámaras fotográficas y de vídeo tal como las conocemos hoy en día, han tenido un proceso de evolución de siglos. En un principio la cámara se describió como un fenómeno óptico que luego fue utilizado como ayuda para pintores y arquitectos y que se basa en conceptos fundamentales de la matemática y la física: la semejanza entre imágenes y la cámara oscura.

La primera referencia que disponemos acerca de la mención de un fenómeno basado en la semejanza y la cámara oscura datan del siglo V a.C. El filósofo chino Mo-Ti, describe una imagen invertida que se forma al pasar la luz por un pequeño agujero en una habitación oscura. El llamó a esta habitación: “el lugar de recoger” o “la habitación de tesoro encerrado”.

El principio físico en el que está basado el cuerpo de las cámaras oscuras fue descrito por Aristóteles con estas palabras: "Los rayos de Sol que penetran en una caja cerrada a través de un pequeño orificio sin forma determinada practicado en una de sus paredes forman una imagen en la pared opuesta cuyo tamaño aumenta al aumentar la distancia entre la pared en la que se ha practicado el orificio y la pared opuesta en la que se proyecta la imagen”. ¿En qué se parece esta definición a las de Semejanza y del Teorema de Thales que hemos estudiado hasta ahora?.

Nótese que esta definición es literal a la definición de homotecia en el espacio, en este caso inversa, actuando la pequeña perforación como centro de homotecia. Nótese igualmente que la imagen proyectada en la pared interior es semejante a la imagen exterior.

Dentro de nuestro tópico es de vital importancia la figura del matemático árabe Abu Ali Ibn al-Hasam (965–1039), llamado en Occidente Alhazen. Su libro más importante es el Tesoro de la Óptica, en la que estudia, entre otros la aplicación de la homotecia para explicar el desarrollo de un instrumento de gran valor estratégico y militar: la cámara oscura y su puesta en relación con el funcionamiento del ojo y las lentes ópticas. En sus textos resolvió el debate entre Euclides, Ptolomeo y otros matemáticos helénicos que sostenían que la luz viajaba desde el ojo al objeto observado frente a Aristóteles y los atomistas que sostenían lo contrario. Alhazen invitó a los incrédulos a mirar directamente al Sol y demostró que la luz parte de un lugar fuera del ojo humano y entra en él, explicación por la que Alhazen es considerado el inventor del método científico para conocer el mundo.

Durante la Edad Media, Roger Bacon (1210 -1292) continuó con los estudios de Alhazen en relación a la reflexión y refracción de la luz y, aunque conocía la existencia de la cámara oscura, no llegó a describir ninguna. Fruto de este estudio, en el año 1266 Bacon talló las primeras lentes con la forma de lenteja que ahora conocemos (de ahí su nombre). En su libro Opus maius, Bacon describe claramente las propiedades de una lente para amplificar la letra escrita y escribe: "Esta ciencia es indispensable para el estudio de la teología y del mundo... Es la ciencia de la visión y un ciego, se sabe, no puede conocer nada de este mundo."

Algunos consideran que Bacon fue el inventor de los anteojos. Comprobó que las personas que ven mal pueden volver a ver las letras si utilizan vidrios tallados. Se dice que aconsejaba su uso a los

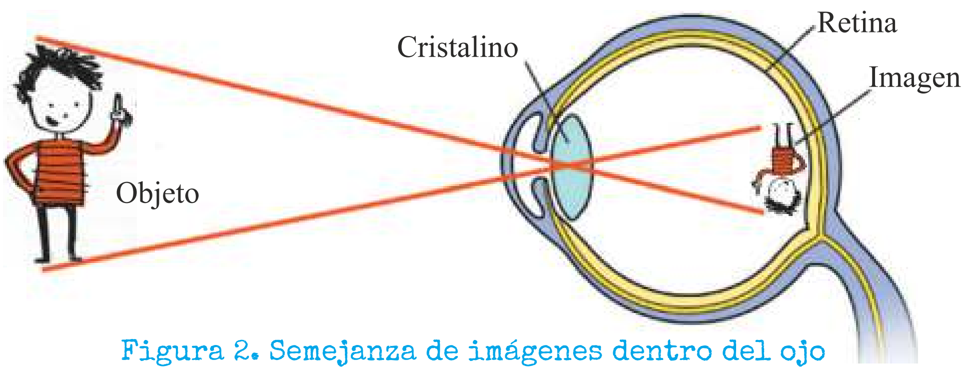


Figura 2. Semejanza de imágenes dentro del ojo

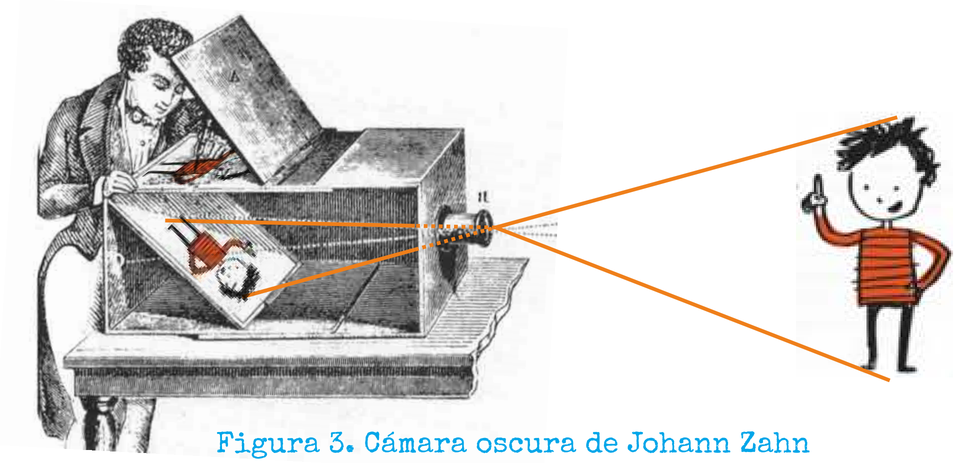


Figura 3. Cámara oscura de Johann Zahn

¡Captura el código con tu móvil para aprender mas!

ancianos y a las personas de vista débil. El invento de las lentes resultará de gran utilidad para el desarrollo de instrumentos ópticos y fue pieza clave para la evolución de la cámara oscura.

El funcionamiento y concepción de la cámara oscura permanece casi invariable hasta el año 1685, año en el que Johann Zahn (1631—1707) publica su obra Oculus Artificialis Teledioptricus Sive Telescopiu donde recoge estos tipos de cámaras oscuras y explica su modelo, que permaneció invariable hasta la invención de la fotografía en el siglo XIX. En este modelo, un espejo inclinado refleja la imagen proyectándola sobre un papel colocado sobre el cristal situado en la parte superior de la cámara. La lente está situada en el extremo de un tubo que se desliza dentro de otro para poder enfocar a diferentes distancias.

En relación con el arte del siglo XVII, existen numerosos estudios que tratan de implicar el uso de la cámara oscura con la pintura holandesa de este siglo debido a su "apariencia de realidad". Aunque no existen testimonios contundentes acreditando la utilización sistemática de la cámara oscura por los grandes artistas, su uso por viajeros y dibujantes está perfectamente documentado a los largo de todo el siglo XVIII y XIX hasta la aparición de la fotografía. La construcción de cámaras oscuras se generalizó en el siglo XIX y fueron la aportación tecnológica inmediata para la invención de la fotografía. De hecho, se sabe que el inventor de la fotografía, Nicéphore Niepce (1765-1833), había comprado en 1826 una cámara oscura con lente de menisco en la óptica que los ingenieros Chevalier tenían en Paris .

Niepce fue el primero en conseguir "fijar una imagen". Esto sucedió en el 1827 cuando logró fijar una imagen permanente del patio de su casa. Para realizar esta fotografía utilizo una plancha de peltre recubierto de betún de Judea, exponiendo la plancha a la luz

quedando la imagen invisible; las partes del barniz afectadas por la luz se volvían insolubles o solubles, dependiendo de la luz recibida.

Después de la exposición la placa se bañaba en un disolvente de aceite esencial de lavanda y de aceite de petróleo blanco, disgregándose las partes de barniz no afectadas por la luz. Se lavaba con agua pudiendo apreciar la imagen compuesta por la capa de betún para los claros y las sombras por la superficie de la placa plateada. Este sistema fotográfico se denomina cámara estenopéica.

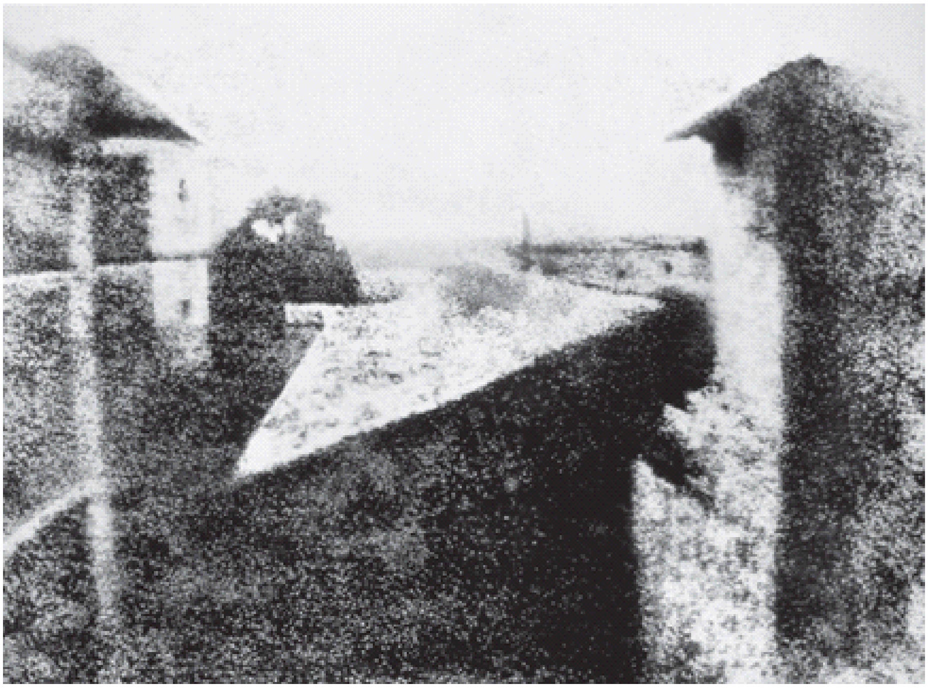


Figura 4. Primera fotografía estenopéica tomada por Niepce

2.10 Construcción de la cámara oscura

Para realizar la primera manualidad, necesitamos los siguientes materiales:

- Regla
- Marcador
- Tubo de cartón (Pringles)
- Cutter
- Papel vitela (o cebolla)
- Cinta americana
- Alfiler o chincheta.

Los pasos de la manualidad son los que a continuación se describen:

1. Dibujar una línea horizontal alrededor del tubo a 5 cm del fondo metálico.
2. Cortar el tubo con el cutter a lo largo de la línea para dividir el recipiente en dos partes.
3. Dibujar el contorno del fondo de la lata en una hoja de papel vitela (o cebolla) y recortarlo.
4. Apilar las partes en este orden: el fondo de la lata (la abertura hacia arriba), el círculo de vitela, y la parte superior de la lata.

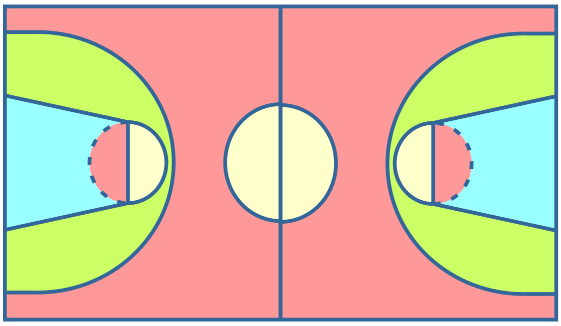
5 Cubrir completamente con cinta de embalar la unión entre las partes apiladas.

6. Usar la tachuela para hacer un pequeño agujero en el centro del fondo de la lata.
7. Para usarlo, apuntar con el pequeño agujero hacia un sitio bien iluminado por el sol, colocando el ojo contra la boca de la lata y bloqueando con las manos la luz que se filtra entre el visor y el ojo.

26 Utilizando lo aprendido en clase hasta el momento, explica gráfica y literariamente el funcionamientos de la cámara oscura que hemos construido y experimentado, así como los conceptos matemáticos que lo justifican.




2.11 ¡Tenemos que pintar la pista de baloncesto!



27 Para recaudar fondos para nuestro viaje fin de curso a Madrid hemos decidido organizar un torneo de baloncesto al que invitaremos a todos los compañeros de los demás institutos. Nuestro director nos ha dado permiso, siempre y cuando pintemos la pista como en el esquema que se adjunta.

En la tienda de pinturas nos han dicho que cada litro de pintura sirve para pintar 3m², pero que los precios no son iguales: Rojo 3,50€/m²; Verde 4,25€/m²; Azul 5€/m² y Amarillo 10€/m². Para pintar las líneas en color negro nos recomiendan usar un rodillo especial que sirve para pintar 20 metros lineales y cuasta 15€ por rodillo.

¿Cuánto nos costará pintar toda la pista?. ¿Cuánto nos costará a cada alumno de la clase?

2.12 El uso de la escala en la historia

Durante el renacimiento, las obras de los matemáticos griegos que sólo fueron conocidas a través de traducciones, pudieron ser leídas en fuentes directas, y se despertó una nueva curiosidad por la Geometría, cuyos progresos fueron lentos al principio; pero, transcurrida la etapa de asimilación, las ideas geométricas adquirieron el carácter abstracto y general.

A lo largo del siglo XVI y una buena parte del siglo XVIII la atención de los matemáticos se dirigió especialmente al álgebra y el cálculo descubierto por Newton y Leibniz. También lo es para los geómetras renacentistas que se preocuparon de dar a la ciencia que cultivaban la generalidad de que carecía, centrándose en los problemas de la representación del espacio.

Los problemas de representación que surgieron en el Renacimiento se convertirían en un importante punto de apertura para el estudio de las transformaciones. Durante tal momento histórico se resaltó la función de la transformación como herramienta útil en la resolución de problemas prácticos, sobre todo en pintura y arquitectura. Estos campos alcanzaron un nivel de desarrollo nunca antes conocido gracias a la asimilación y aplicación práctica de los conceptos de la semejanza, la proporcionalidad y la escala.

En el renacimiento se generaliza el uso de los planos y escalas y de las maquetas como herramientas de representación abstracta y comunicación previa al quehacer constructivo. Hasta la fecha, las construcciones se realizaban en base al conocimiento tradicional de los maestros canteros y los maestros labradores, entre los que las técnicas se transmitían oralmente y las construcciones se llevaban a cabo en base al saber de los ejecutantes. El desarrollo de la escala y la maqueta permitirá la difusión rápida de conocimientos de manera escrita, lo que conllevó la explosión arquitectónica y artística del renacimiento.

El concepto de escala se relaciona directamente con los de semejanza y proporcionalidad. Dos formas semejantes (igual forma pero diferente tamaño) sólo varían en la escala de su representación.

Por lo tanto, la escala es la relación matemática que existe entre las dimensiones reales y las del dibujo que representa la realidad sobre un plano o un mapa. Es la relación de proporción que existe entre las medidas de un mapa con las originales.

Las escalas se escriben en forma de razón donde el antecedente indica el valor del plano y el consecuente el valor de la realidad. Por ejemplo la escala 1:500, significa que 1 cm del plano equivale a 500 cm en la realidad.

$$\text{Escala}=\frac{\text{Medida en el dibujo}}{\text{Medida real}}$$

Las escalas se utilizan para representar todo tipo de objetos y seres, existiendo tres tipos de escalas llamadas:

Escala natural: Que se usa cuando el tamaño físico del objeto representado en el plano coincide con la realidad. Existen varios formatos normalizados de planos para procurar que la mayoría de piezas que se mecanizan estén dibujadas a escala natural; es decir, escala 1:1.

Escala de reducción: Es con la que estamos mas acostumbrados a encontrarnos. Se utiliza cuando el tamaño físico del plano es menor que la realidad. Esta escala se utiliza para representar piezas (E-1:2 ó E-1:5), planos de viviendas (E-1:50, E-1:100 ó E-1:250), mapas físicos de territorios donde la reducción es mucho mayor y pueden ser escalas del orden de E-1:50.000 ó E-1:100.000. Para conocer el valor real de una dimensión hay que multiplicar la medida del plano por el valor del denominador.

Escala de ampliación: Se utiliza cuando hay que hacer el plano de objetos, piezas o seres muy pequeñas o de detalles de un plano. En este caso el valor del numerador es más alto que el valor del denominador o sea que se deberá dividir por el numerador para conocer el valor real de la pieza. Ejemplos de escalas de ampliación son: E.2:1 o E.10:1.

Figura. Plano del mundo dibujado en el siglo XV

2.13 Trabajando con la escala

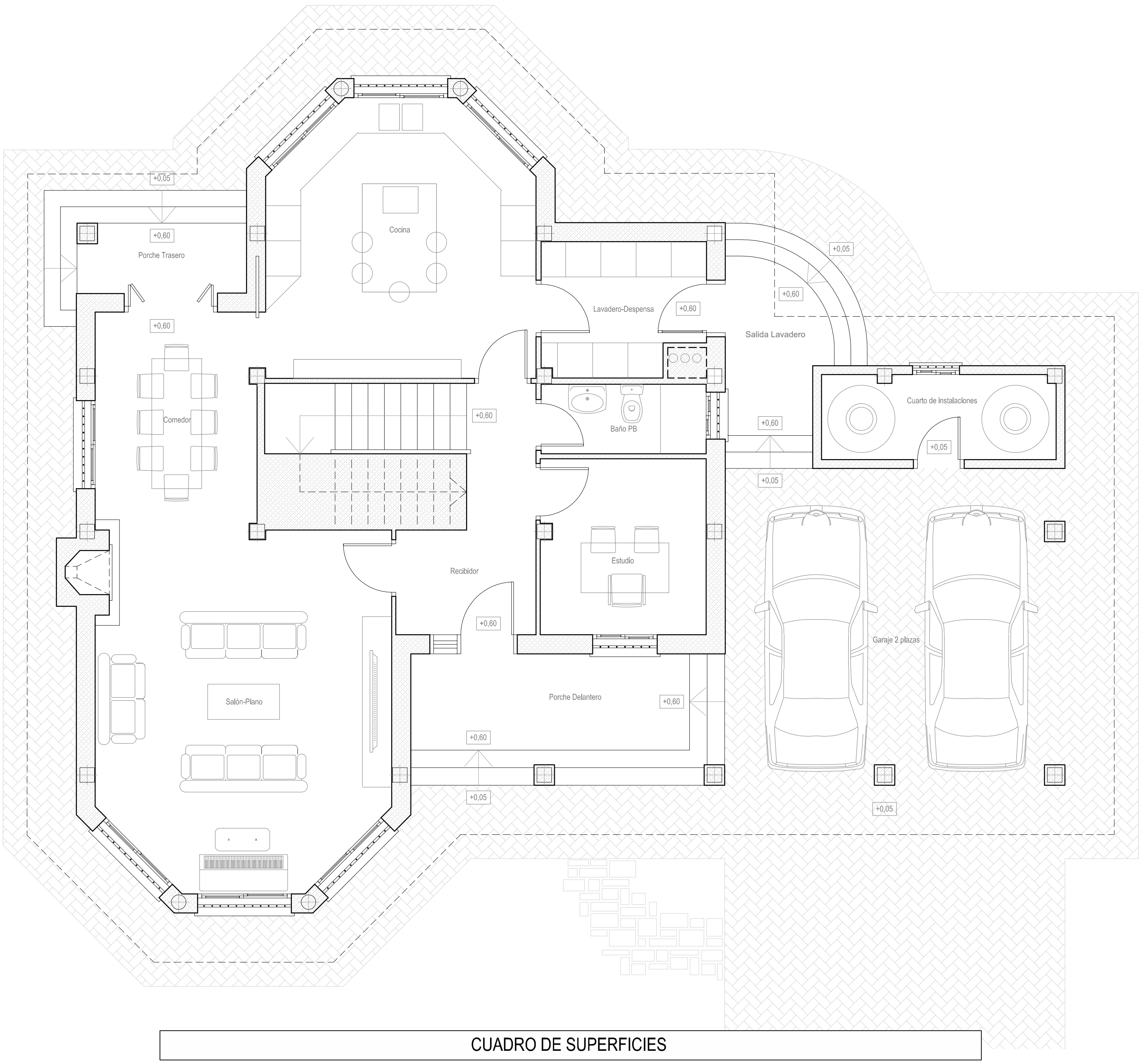
28 Nuestros padres quieren construirse una casa y han encargado a un arquitecto que les haga el diseño. Cuando han ido a visitarlo, para ver como ha quedado, les entrega los planos que vemos en las páginas siguientes. El arquitecto aún no ha calculado las superficies de cada una de las habitaciones, pero nos dice que ésto no es problema, pues el plano está dibujado a escala y sabiendo que el ancho de un tramo de escalera mide 1,10 metros de ancho podemos saber la medida de lo demás. ¿Cuál es ésta escala?

29 Una vez que sabemos la escala, queremos saber cuantos metros cuadrados tiene cada una de las habitaciones para saber cómo de grande son cada una de ellas. Indica en las tabas a pie de plano qué superficie útil (interior de cada habitación) tiene cada una de las estancias. ¿Cuál es la superficie útil total?. Nota, Para hacer mas sencillo el proceso, mide de pared a pared sin descontar los pilares, chimeneas, etc

30 Nuestro padre tiene una mesa de trabajo circular de 4 metros cuadrados y tiene pensado colocarla dentro de la habitación destinada a estudio. ¿cabrá dentro de la habitación?

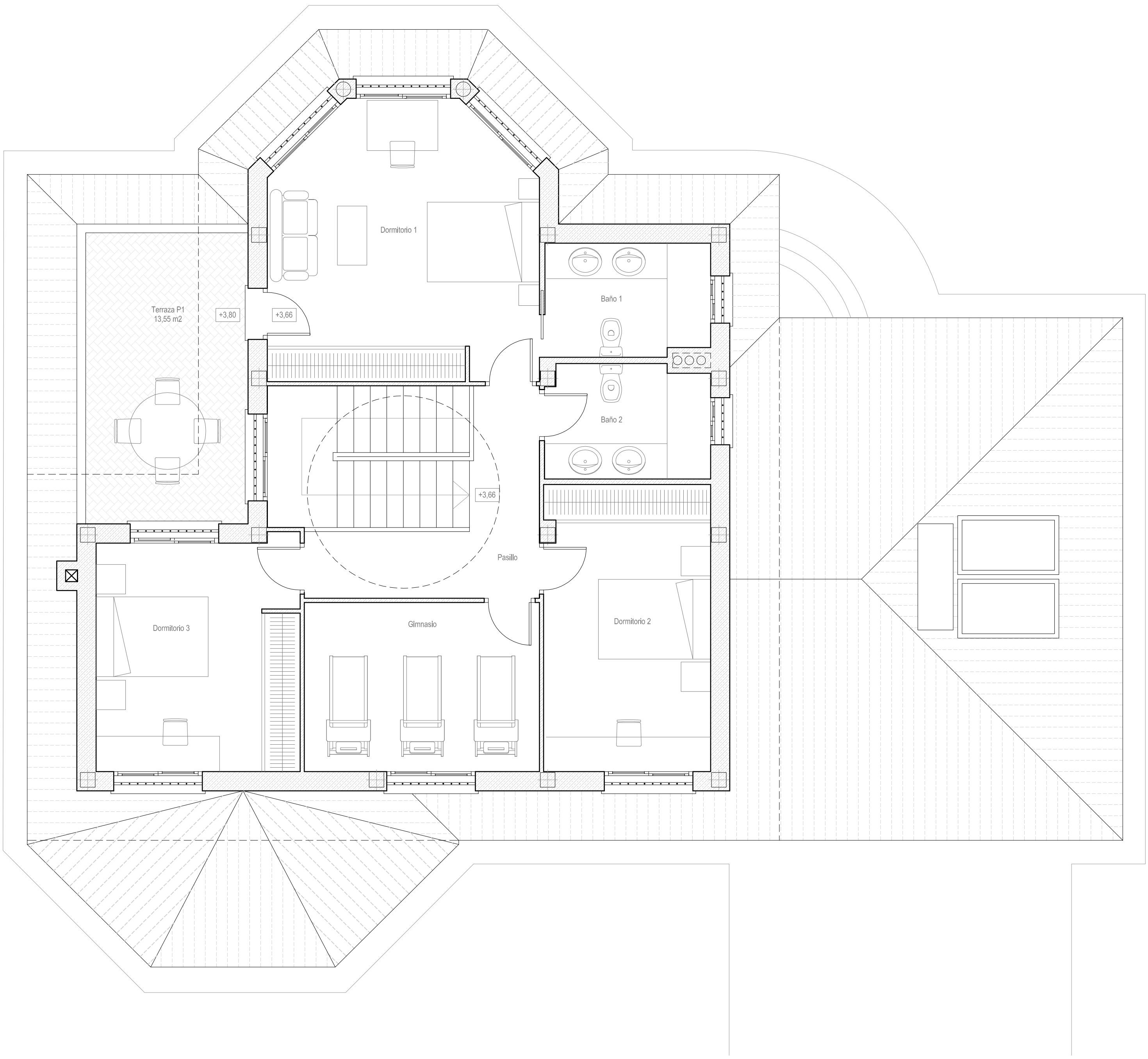
31 Nuestro hermano, jugador profesional, propone que cambien el gimnasio por una sala de billar. Su mesa mide 1x2 metros y necesita 1,5 metros por cada lado ¿le cabrá en la habitación?

32 Nuestra madre quiere comprar cortinas para el salón y el dormitorio principal. El fabricante le dice que le va a costar 65€ por cada metro cuadrado de hueco, ¿cuánto le costará en total?

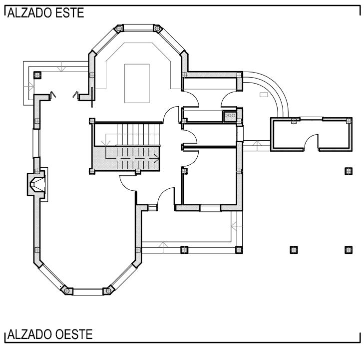


CUADRO DE SUPERFICIES

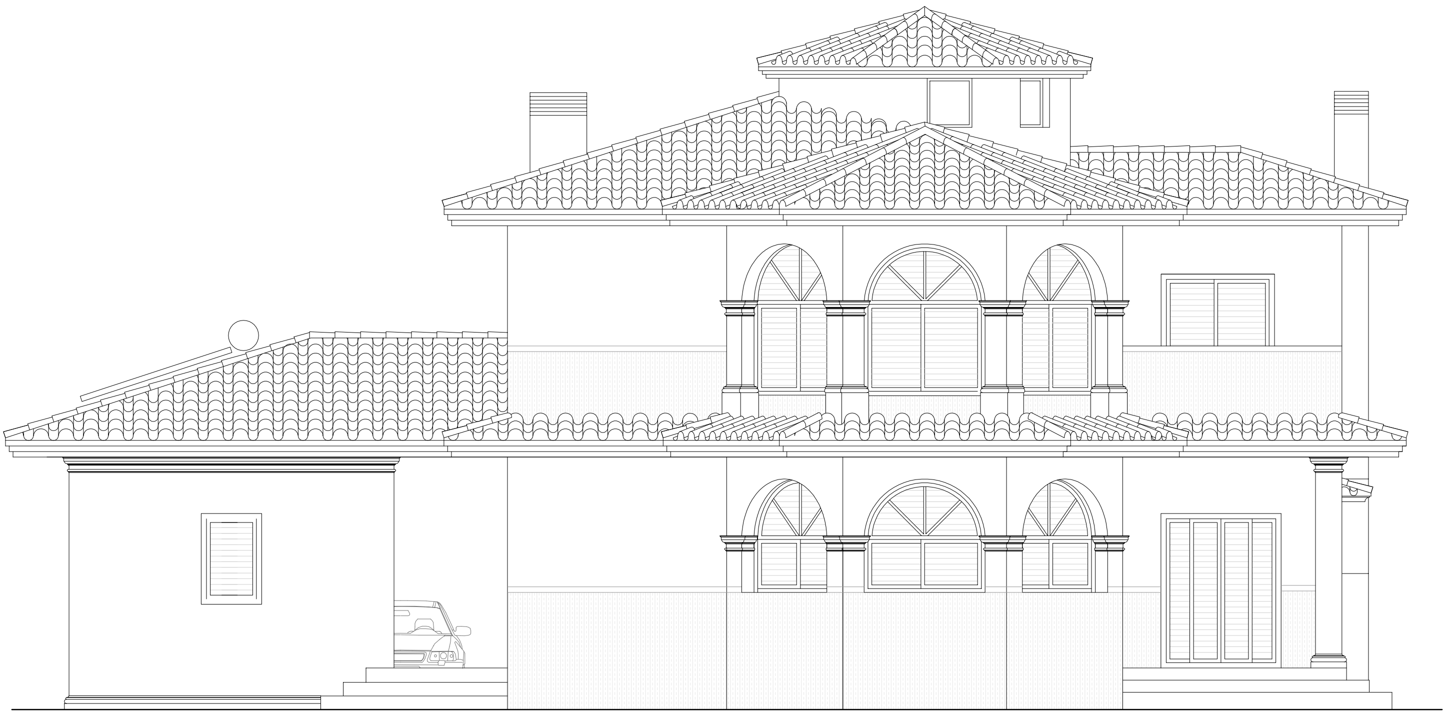
PLANTA	RECINTO	SUP. UTIL (PGOU 2011)	SUP. CONSTRUIDA (RD 1020/1993)	SUP. UTIL TOTAL (PGOU 2011)
PLANTA BAJA	SALÓN-PIANO		165,75 m²	
	COMEDOR			
	COCINA			
	ESTUDIO			
	BAÑO PB			
	LAVADERO			
	RECIBIDOR			
	ESCALERA			
	CUARTO INSTAL.			
	PORCHE DELANTERO			
	PORCHE TRASERO			
	SALIDA LAVADERO			
	GARAJE			



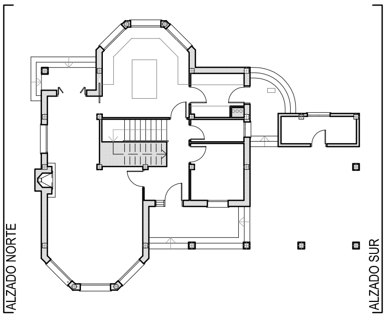
CUADRO DE SUPERFICIES				
PLANTA	RECINTO	SUP. UTIL (PGOU 2011)	SUP. CONSTRUIDA (RD 1020/1993)	SUP. UTIL TOTAL (PGOU 2011)
PLANTA PRIMERA	DORM PRINCIPAL		101,95 m²	
	DORMITORIO 2			
	DORMITORIO 3			
	GIMNASIO			
	BAÑO 1			
	BAÑO 2			
	PASILLO			
	ESCALERA			
	SALIDA LAVADERO			



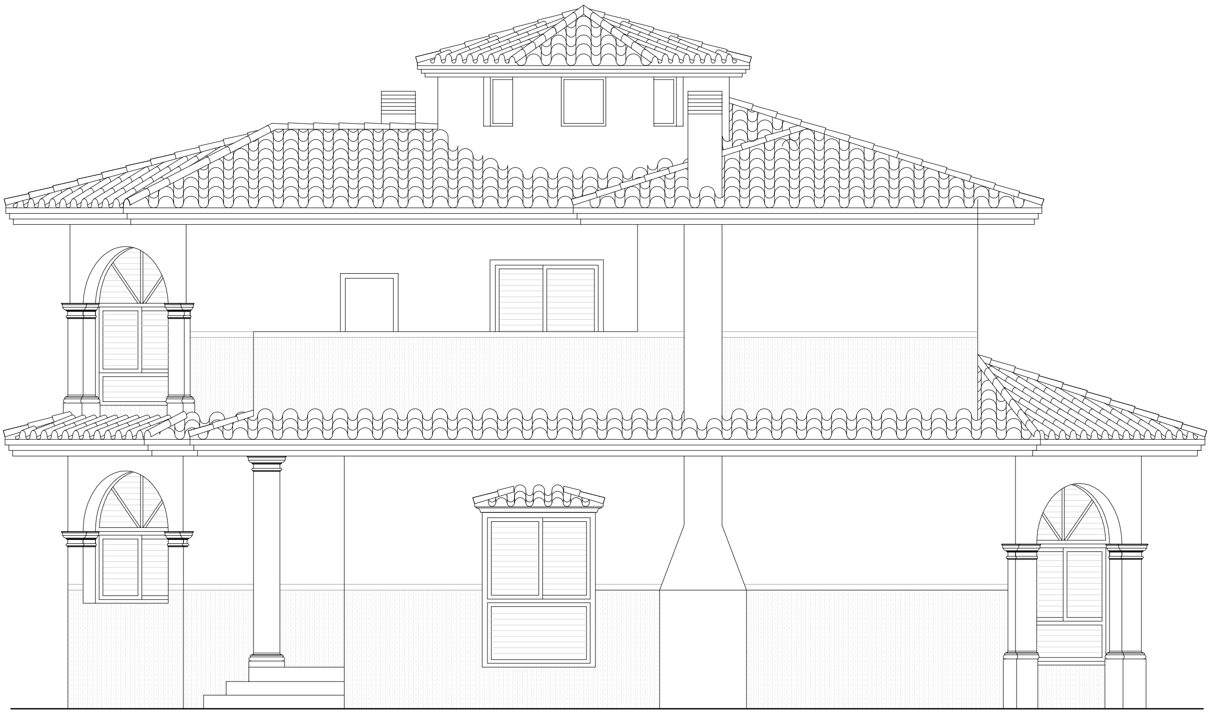
ALZADO OESTE - ENTRADA PRINCIPAL



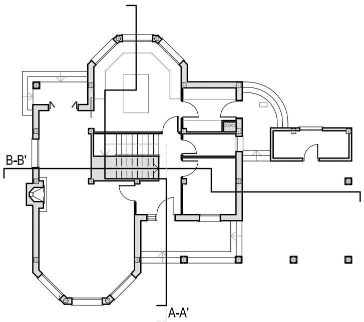
ALZADO ESTE - ENTRADA JARDÍN

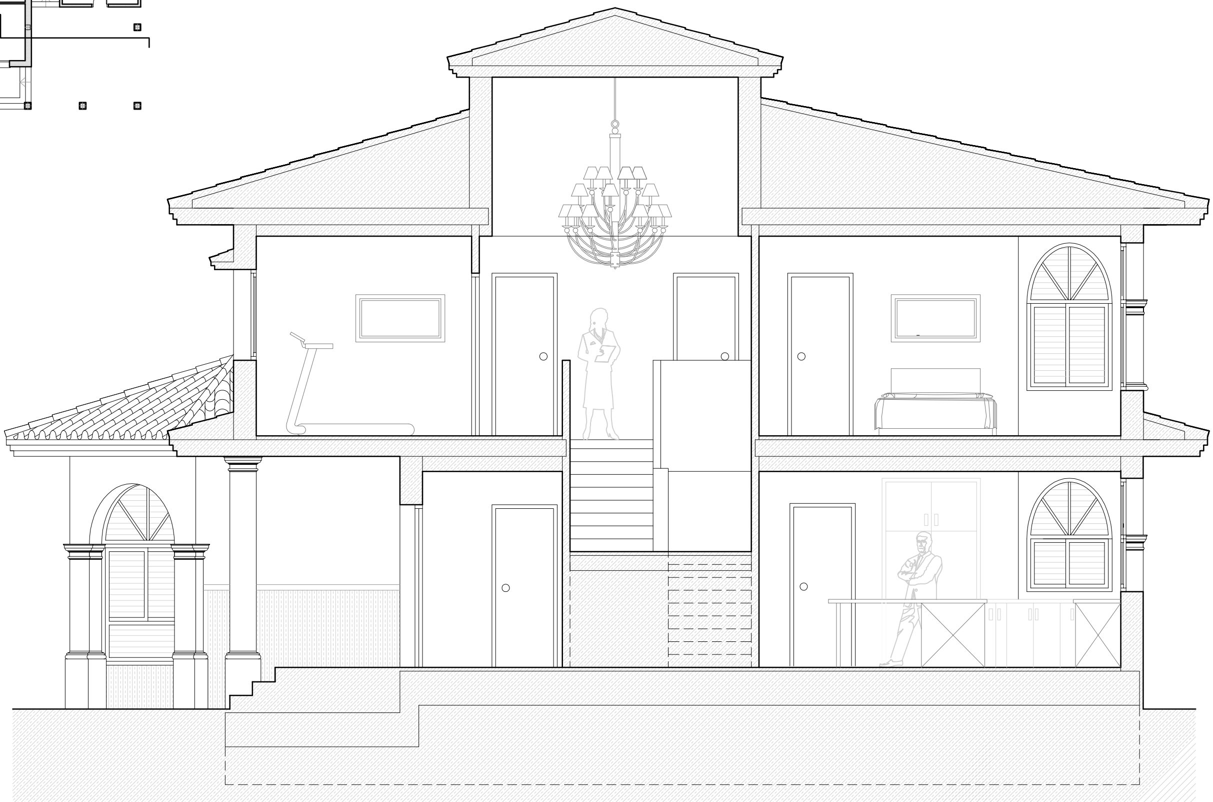


ALZADO SUR - GARAJE

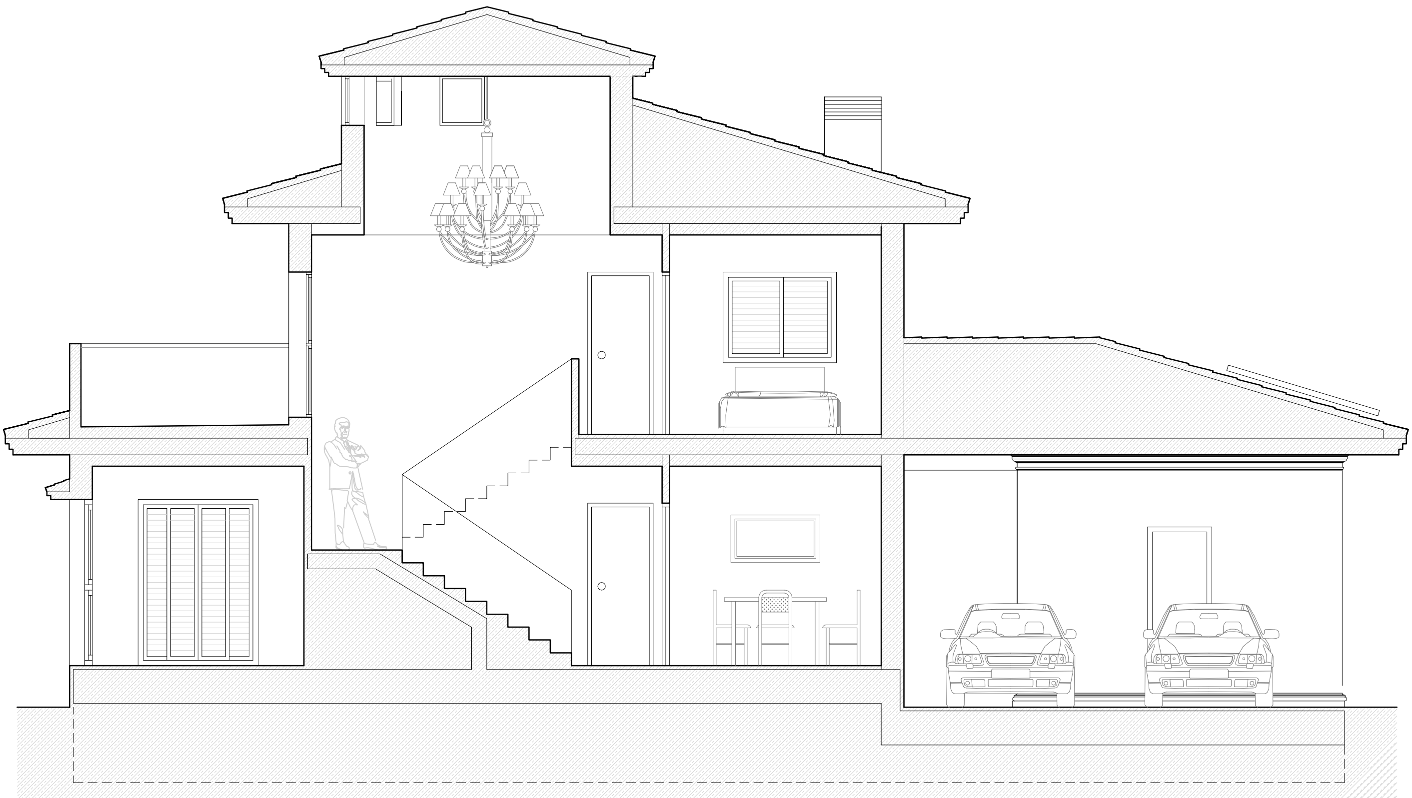


ALZADO NORTE - CHIMENEA





SECCION A-A'



SECCION B-B'

3.1 El problema de la corona de oro de Herón

En el siglo III a.C., el rey Hierón II gobernaba Siracusa. Siendo un rey ostentoso, pidió a un orfebre que le crease una hermosa corona de oro, para lo que le dio un lingote de oro puro. Una vez el orfebre hubo terminado, le entregó al rey su deseada corona. Entonces las dudas comenzaron a asaltarle. La corona pesaba lo mismo que un lingote de oro, pero ¿y si el orfebre había sustituido parte del oro de la corona por plata para engañarle?

Ante la duda, el rey Hierón hizo llamar a Arquímedes, que vivía en aquel entonces en Siracusa. Arquímedes era uno de los más famosos sabios y matemáticos de la época, así que Herón creyó que sería la persona adecuada para abordar su problema.

Arquímedes desde el primer momento supo que tenía que calcular la densidad de la corona para averiguar así si se trataba de oro puro, o además contenía algo de plata. La corona pesaba lo mismo que un lingote de oro, así sólo le quedaba conocer el volumen, lo más complicado. El rey Hierón II estaba contento con la corona, y no quería fundirla si no había evidencia de que el orfebre le había engañado, por lo que Arquímedes no podía moldearlo de forma que facilitara el cálculo de su volumen.

Un día, mientras tomaba un baño en una tina, Arquímedes se percató de que el agua subía cuando él se sumergía. En seguida comenzó a asociar conceptos: él al sumergirse estaba desplazando una cantidad de agua que equivaldría a su volumen. Consecuentemente, si sumergía la corona del rey en agua, y medía la cantidad de agua desplazado, podría conocer su volumen.

Sin ni siquiera pensar en vestirse, Arquímedes salió corriendo desnudo por las calles emocionado por su descubrimiento, y sin parar de gritar ¡Eureka! ¡Eureka!, lo que traducido al español significa "¡Lo he encontrado!". Sabiendo el volumen y el peso, Arquímedes podría determinar la densidad del material que componía la corona. Si esta densidad era menor que la del oro, se habrían añadido materiales de peor calidad (menos densos que el oro), por lo que el orfebre habría intentado engañar al rey.

Así tomó una pieza de plata del mismo peso que la corona, y otra de oro del mismo peso que la corona. Llenó una vasija de agua hasta el tope, introdujo la pieza de plata y midió la cantidad de agua derramada. Después hizo lo mismo con la pieza de oro. De este modo, determinó qué volumen equivalía a la plata y qué volumen equivalía el oro.

Repitió la misma operación, pero esta vez con la corona hecha por el orfebre. El volumen de agua que desplazó la corona se situó entre medias del volumen de la plata y del oro. Ajustó los cálculos y determinó de forma exacta la cantidad de plata y oro que tenía la corona, demostrando así ante el rey Hierón II que el orfebre le había intentado engañar.

Toda esta historia no aparece en ninguno de los libros que han llegado a nuestros días de Arquímedes, sino que aparece por primera vez en "De architectura", un libro de Vitruvio escrito dos siglos después de la muerte de Arquímedes. Esto durante años ha hecho sospechar de la veracidad de los hechos, tomándose generalmente más como una leyenda popular que como un hecho histórico.

De hecho, si asumimos que la corona pesaba un kilo, con 700 gramos de oro y 300 gramos de plata, la diferencia de volumen desplazado por la pieza de oro y la corona habría sido únicamente 13 centímetros cúbicos. Este volumen es visible, pero no fácilmente medible dadas las circunstancias. Suponiendo que lo que se medía era la elevación del nivel del agua en la tinaja con una superficie de unos 300 centímetros cuadrados (suficientemente generosa), la diferencia del nivel del agua entre la pieza de oro puro y la corona sería de menos de medio milímetro, algo difícilmente medible con los instrumentos de la época.

www.recuerdos de pandora.com

3.2 Cuerpos geométricos de extrusión

Los prismas, cubos y ortoedro son poliedros determinados por ***tener dos bases paralelas iguales separadas por tantas caras laterales (palelogramos) como lados renga la base.***

En este sentido, los prismas ***se califican según el número de lados de sus bases***: Triangular (3 lados), cuadrangular (4 lados), pentagonal (5 lados), etc.

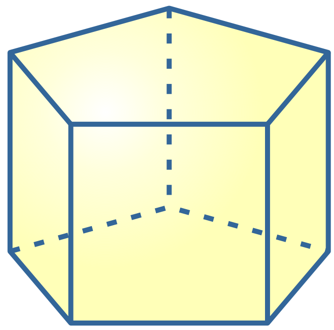
La altura de un prisma (H) es la distancia entre las bases. Un ***PRISMA RECTO*** es aquel en el que las aristas laterales coinciden con la altura. Los ***PRISMAS OBLICUOS*** son aquellos en los que no coinciden, se distinguen porque están “inclinados.

En función de su base y su altura podemos tener sos prismas especiales:

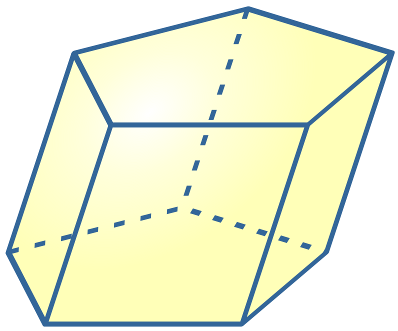
El ***CUBO*** (hexaedro) es el prisma en el que todas las caras y las bases son cuadrados iguales, es lo que comúnmente conocemos como dado.

El ***ORTOEDRO*** (paralelepípedo) es el prisma en el que todas las caras y las bases son paralelogramos. Es lo que normalmente llamamos caja.

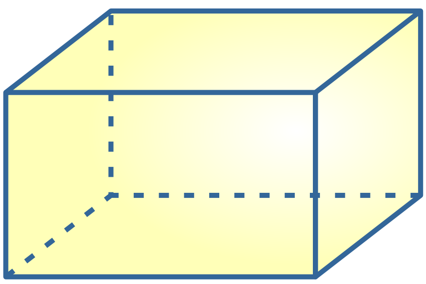
Los ***CILINDROS*** son cuerpos de revolución con dos bases circulares y una única cara lateral, un rectángulo de base la longitud de la circunferencia y altura la misma del cilindro.



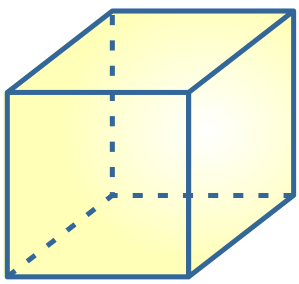
Prisma recto pentagonal



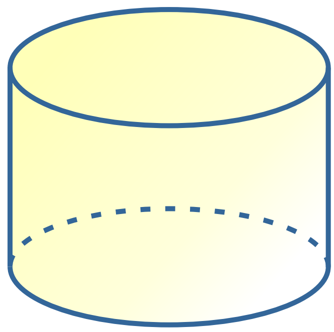
Prisma oblicuo pentagonal



Cubo (exaedro)



Cubo (exaedro)



Cilindro recto

3.3 Área y Volumen de cuerpos geométricos de extrusión

El término extrusión hace referencia a cualquier operación en la que una base se alarga una longitud indefinida, de manera que todo el objeto tenga la misma sección constante a lo largo de todo el recorrido.

Atendiendo a esta definición podemos concluir que para todos los cuerpos geométricos de extrusión (sección constante), se puede calcular su volumen como:

$$V = \text{Área Base } (A_B) \cdot \text{Altura } (H)$$

Por su parte, el área de las caras laterales parece sencillo de calcular, solo tenemos que calcular una por una todas las caras del citado cuerpo geométrico. Esto es, sus dos bases, así como todas sus n caras laterales.

Como en un cuerpo geométrico de extrusión las bases son iguales, podemos establecer la fórula de cálculo siguiente:

$$S = 2 \cdot (A_B) + \Sigma(\text{Caras Laterales})$$

Puedes ayudarte a descubrir el área lateral de los cuerpos geométricos en el apartado de geometría de la web:

http://www.matematicasvisuales.com

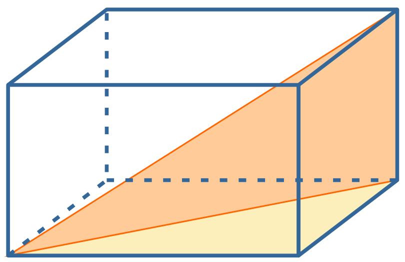
3.4 Teorema de Pitágoras en los C.G. de extrusión

Con el Teorema de Pitágoras podemos obtener multitud de información que aparentemente está oculta en los enunciados de muchos de muchos problemas de cuerpos geométricos.

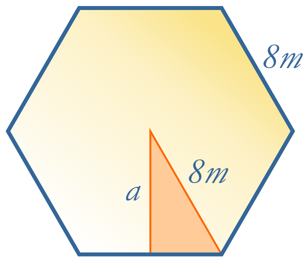
Cuando pensemos que en un problema nos faltan datos, es bueno plantearse la posibilidad de que haya algún triángulo rectángulo escondido con el que poder operar aplicando el teorema de Pitágoras y obtener el dato que nos faltaba.

Son casos muy habituales el tener que calcular áreas, volúmenes o dimensiones de figuras y cuerpos geométricos en los que falta algunos de los datos. A continuación se exponen algunos ejemplos ilustrativos:

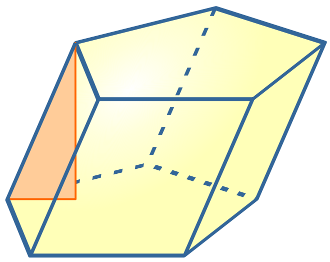
33 Calcular las diagonales de un ortoedro de aristas 8m, 4m y 5m:



34 Calcular el área de la base de un prisma sabiendo que es un hexágono de lado 8m:



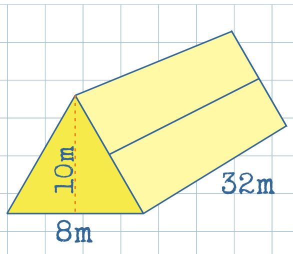
35 Calcular la altura del prisma sabiendo que la arista mide 15m y el desfase 5m:



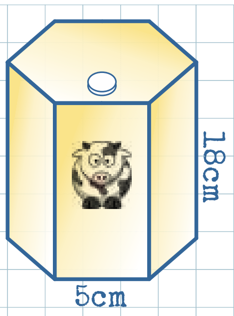
36 Dibuja y calcula el área del desarrollo plano y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 5metros y la altura mide 9metros.

37 Dibuja y calcula el volumen y el área total del desarrollo plano de un cilindro recto cuya base tiene 30 metros de radio y su diagonal es de 25 metros.

38 Nuestro silo de arroz tiene la forma de la figura y está lleno hasta arriba. Si el arroz se vende a 0,75€/kg, ¿Qué beneficio vamos a obtener por su venta?. Dato: La densidad del arroz es 0,9kg/litro.



39 Una compañía lechera ha sacado a la venta un nuevo brick con forma de prisma hexagonal. La compañía afirma que el envase contiene 1,5 litros, pero nos parece que nos están engañando, ¿Cómo lo comprobamos?



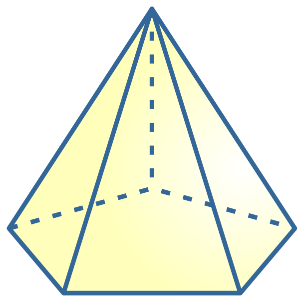
3.5 Cuerpos geométricos apuntados

En el curso actual sólo vamos a tratar con dos cuerpos geométricos apuntados, o que terminan en punta. Estos son las pirámides y los conos.

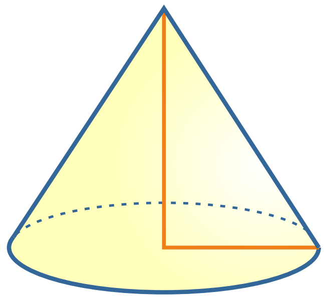
Una ***PIRÁMIDE*** está determinada por ***tener una única base poligonal y tantas caras laterales triangulares como lados renga la base.*** Todas las caras laterales convergen en un único punto que se denomina ***VÉRTICE***.

Un ***CONO*** es un cuerpo de revolución que se forma como consecuencia de rotar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos. ***El cateto sobre el que se revoluciona es la altura, el segundo cateto es el radio de la base, y la hipotensa será la generatriz.*** El punto en el que convergen todas las generatrices se denomina ***VÉRTICE***.

Tanto los cilindros como los conos pueden ser rectos como inclinados. Dado que el cálculo se complica en demasía cuando son inclinados, en el curso actual solo estudiaremos los rectos.



Pirámide recta pentágonal



Prisma oblicuo pentagonal

3.6 Área y Volumen de cuerpos geométricos apuntados

El ***volumen de los cuerpos geométricos apuntados*** tiene una especial propiedad que nos facilita mucho su cálculo. Si lo comparamos con el de un prisma o cilindro de igual base, observaremos que ***siempre es equivalente a un tercio del columen del cuerpo de extrusión***.

De esta forma podemos afirmar que el volúmen de los cuerpos geométricos apuntados es:

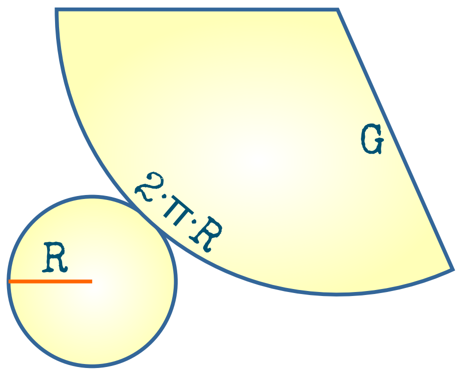
$$V = \tfrac{1}{3}\,[\text{Área Base } (A_B) \cdot \text{Altura } (H)]$$

El ***área total de las pirámides*** será igual que el área correspondientes a la suma de la base mas todas sus caras triangulares, es decir:

$$S = 2 \cdot (A_B) + \Sigma(\text{Caras Laterales})$$

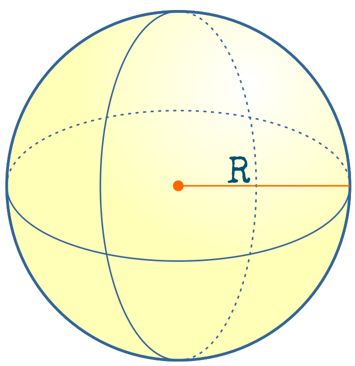
El área lateral de un cono es un sector de circunferencia como se ve en la imagen lateral. Si a esta le sumamos la superficie de la base nos quedará que el ***área de un cono*** es:

$$S = \pi \cdot R^2 + \pi \cdot R \cdot G$$



Desarrollo de las caras de un cono recto de revolución

3.7 Área y Volumen de una esfera



La esfera es un cuerpo de revolución que se obtiene de girar un círculo alrededor de si diámetro. La generatriz de una esfera es la curva que se toma como base de la revolución.

La ***superficie de una esfera no puede desarrollarse en el plano***, pero si puede ser calculada algebráicamente, según la expresión:

$$S_{esf} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

El volumen de una esfera se calcula de manera algebráica mediante el empleo de la siguiente expresión matemática:

$$V_{esf} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

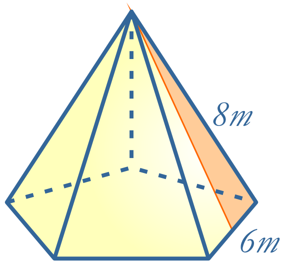
3.8 Teorema de Pitágoras en los C.G. apuntados

Con el Teorema de Pitágoras podemos obtener multitud de información que aparentemente está oculta en los enunciados de muchos de muchos problemas de cuerpos geométricos apuntados.

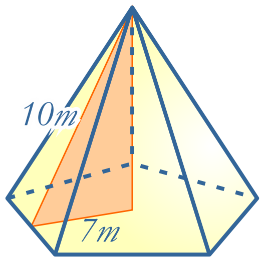
Cuando pensemos que en un problema nos faltan datos, es bueno plantearse la posibilidad de que haya algún triángulo rectángulo escondido con el que poder operar aplicando el teorema de Pitágoras y obtener el dato que nos faltaba.

Son casos muy habituales el tener que calcular áreas, volúmenes o dimensiones de figuras y cuerpos geométricos apuntados en los que falta algunos de los datos. A continuación se exponen algunos ejemplos ilustrativos:

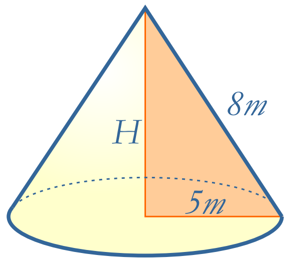
40 Sabiendo que la arista y el lado de una pirámide miden 6 y 8 metros, calcula la altura de la cara lateral



41 Calcular La altura de una pirámide sabiendo que sis apotemas son 10 y 7m:



42 Calcular la altura del cono sabiendo la dimensión del radio y la generatriz del mismo



43 Halla el área del desarrollo plano y el volumen de una pirámide hexagonal cuya base tiene una arista de 6 metros y cuya altura es de 10 metros

44 Calcula el área del desarrollo plano y el volumen de un cono sabiendo que el radio de la base mide 4 metros y la altura es de 11 metros.

45 Asemejando La Tierra a una esfera perfecta, calcula su volumen y su superficie sabiendo que su diámetro es de 12742Km

46 Halla el área de un casquete esférico de dimensiones como los de la Tierra. Si la Tierra es aproximadamente 90% agua, ¿qué superficie aproximada de tierra hay?

47 En un puesto de helados los cucuruchos 1,75€, 2,50€ y 3,50€. Si todos los cucuruchos tienen el mismo diámetro y sus longitudes don 12, 17 y 22 cm, ¿cuál es el cucurucho que tiene mejor relación cantidad/precio?. Cuánto papeñ necesita cada cucurucho para envolverse?

3.9 Troncos de pirámide y cono

los troncos de pirámide y de cono son el resultado de cortar estos cuerpos por un plano paralelo a la base, de manera que nos quedamos con la mitad inferior.

El ***tronco de pirámide tiene dos bases que son polígonos semejantes y las caras laterales son trapecios***. Por lo tanso, para calcular su superficie total:

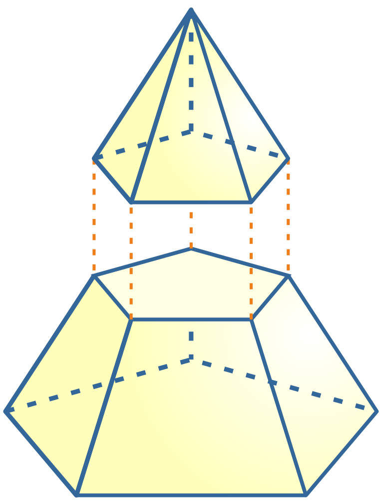
$$S=A_{B1}+A_{b2}+\Sigma(\text{Caras Laterales})$$

El ***tronco de cono tiene dos bases que son círculos y una cara lateral cuyo desarrollo es un sector de una corona circular***. Por lo tanso, para calcular su superficie total:

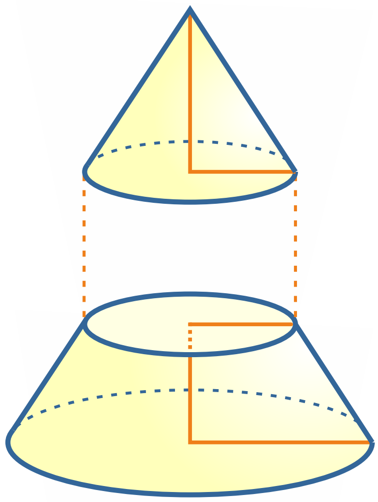
$$S = \pi\cdot(R^2+r^2) + \pi\cdot(R+r)\cdot G$$

Su ***volumen*** es el resultado de restarle al cono original el trozo que le falta, y que simplificáncolo queda:

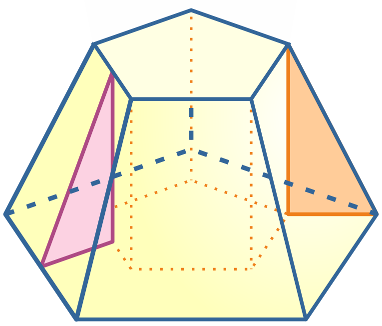
$$V = \tfrac{1}{3}\left[A_{b1} + A_{b2} + \sqrt{A_{b1}\cdot A_{b2}}\right]\cdot H$$



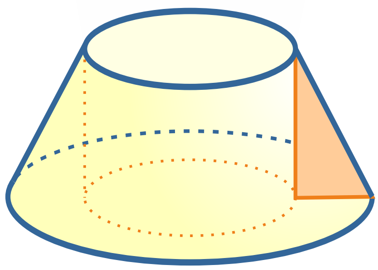
Obtención de tronco de pirámide



Obtención tronco de cono



Pitágoras en tronco de pirámide

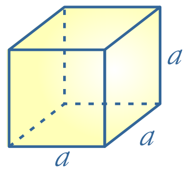
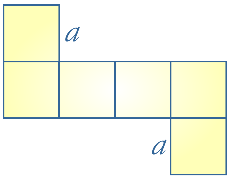
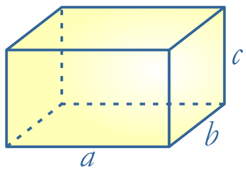
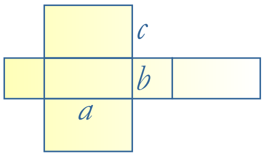
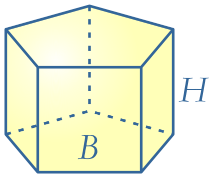
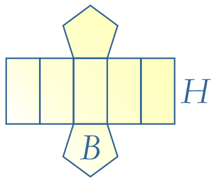
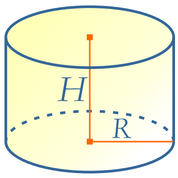
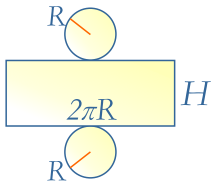
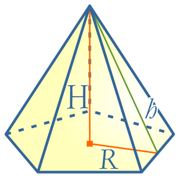
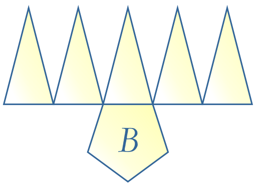
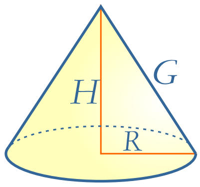
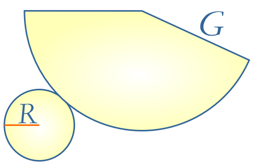
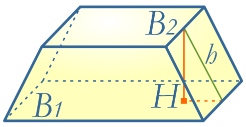
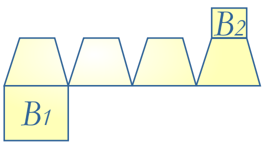
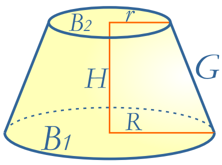
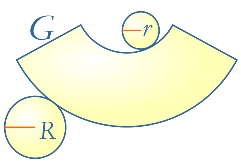
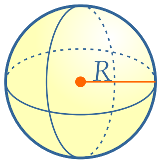


Pitágoras en tronco de cono

48 Halla el volumen y el área total del desarrollo plano de un tronco de pirámide cuadrada en el que la arista de la base mayor mide 26cm; la arista de la base menor 14cm y la altura 8cm.

49 Halla el volumen y el área total del desarrollo plano de un tronco de cono en el cual el radio de la base mayor mide 9 metros, el radio de la base menor 4 metros y la altura 12 metros

50 Hemos cortado una pirámide cuadrada y nos ha quedado un tronco de cono de altura 10 metros, en el que las aristas de las bases miden 4 y 6 cm. Calcula el área y el volumen de la pirámide original.

CUERPO	FIGURA	DESARROLLO	ÁREA	VOLÚMEN
Cubo ó Hexaedro			$A = 6 \cdot a^2$	$V = A_B \cdot H$
Paralelepípedo u ortodedro			$A = 2\,(ab+ac+ad)$	
Prisma			$A_T = 2 \cdot A_B + \Sigma A_L$	
Cilindro			$A_B = \pi \cdot R^2$ $A_L = 2\pi R \cdot H$ $A_T = 2A_B + A_L$	
Pirámide			$A_T = A_B + \Sigma A_L$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$
Cono			$A_B = \pi \cdot R^2$ $A_L = \pi R \cdot G$ $A_T = A_B + A_L$	
Tronco de Pirámide			$A_T = A_{B1} + A_{B2} + \Sigma A_L$	$V = \frac{1}{3}\left(A_{B1} + A_{B2} + \sqrt{A_{B1} \cdot A_{B2}}\right) \cdot H$
Tronco de Cono			$A_{B1} = \pi \cdot R^2$ $A_{b2} = \pi \cdot r^2$ $A_L = \pi\,(R+r) \cdot G$ $A_T = A_{B1} + A_{B2} + A_L$	
Esfera		*No tiene desarrollo plano*	$A = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

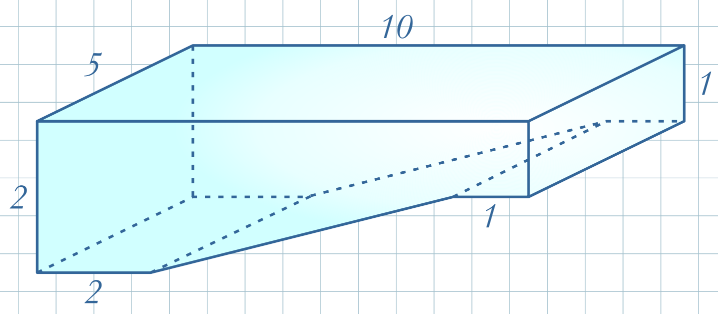
3.10 ¿Los cuerpos geométricos en la vida diaria?

51 Nuestra madre nos ha encargado que compremos 4 litros de tomate frito, pero en la lata no pone el contenido. Si hemos medido que su diámetro es 7,5cm y su altura 14cm, ¿cuántas tendremos que comprar?

52 Las dimensiones en centímetros de un cartón de leche son 9,5 x 6,4 x 16,5 cm. Si los fabricantes lo construyesen de forma esférica, cuánto cartón se ahorrarían? ¿si se ahorran cartón, por qué no lo hacen?

53 Calcula la arista y la diagonal de un cubo cuyo volumen es $8\ m^3$ y los de un cubo semejante de volumen $64m^2$

54 Acabamos de construirnos una piscina como la de la figura y queremos llenarla. Si un litro de agua cuesta 16 céntimos de euro, ¿cuánto costará llenarla entera?. ¿Cuántos metros tiene de paredes y suelo?



55 El campanario de una iglesia es de forma octogonal, con lados de 3 metros cada uno. El tejado de la torre es piramidal de 6 metros de altura. Calcula el volumen interior del tejado y la superficie de tejas. Si el volumen de la torre es 3 veces el de la cubierta, ¿cuánto mide la torre?

3.11 Las Torres KIO en la Puerta de Europa de Madrid

Las Torres Puerta de Europa, conocidas con el sobrenombre de KIO, por la promotora Kuwait Investments Office que construyó parte de ellas, fueron diseñadas por los arquitectos estadounidenses Philip Johnson y John Burgee en 1989, siendo los primeros rascacielos inclinados del mundo. Actualmente la Puerta de Europa son las segundas torres gemelas más altas de España, tras las Torres de Santa Cruz en Santa Cruz de Tenerife, de 120 metros de alto.

Actualmente las torres son propiedad de las compañías Bankia y la inmobiliaria Realia.

Son dos torres de cristal, granito y metal, de una gran altura que se reparte entre 27 plantas de oficinas y en la que destaca su inclinación respecto a la vertical. La torre de la izquierda en dirección salida de Madrid se conoce como Puerta de Europa I, en tanto que la otra se conoce como Puerta de Europa II.

El secreto de la construcción se basa en que la mayor parte del peso descansa sobre un eje central de hormigón y acero, mientras que la parte "inclinada" de la torre es mucho más ligera. En las fachadas destacan los planos cuadrados hechos a base de cristales oscuros, rebordes y diagonales de acero inoxidable, además de líneas rectas de color rojas que remarcan más la inclinación.

Para evitar su confusión, la primera de las torres dispone de un helipuerto pintado en color azul y la segunda en rojo.

Después de la construcción se produjo un juicio llamado el "caso KIO", en el que se condenó al empresario español Javier de la Rosa por el desvío de más de 375 millones de euros del grupo KIO y de su filial española Grupo Torras. Uno de los acusados del 11-M supuestamente declaró antes del atentado su intención de no descansar hasta que hubiese derribado las Torres KIO.

La fisionomía de la plaza Puerta de Europa y los alrededores de las torres KIO, cambiaron drásticamente a mediados de 2009 con la construcción del Obelisco de la Caja en la rotonda central de la plaza, con motivo del 300 aniversario de Caja Madrid.

Entre sus peculiares características podemos citar, por ejemplo, que no todos sus ascensores llegan a la última planta debido a su inclinación, esto hace que cada planta tenga una distribución diferente al estar el hueco de los ascensores en un lugar distinto en cada planta. Una de las torres es un centímetro más alta que la otra.

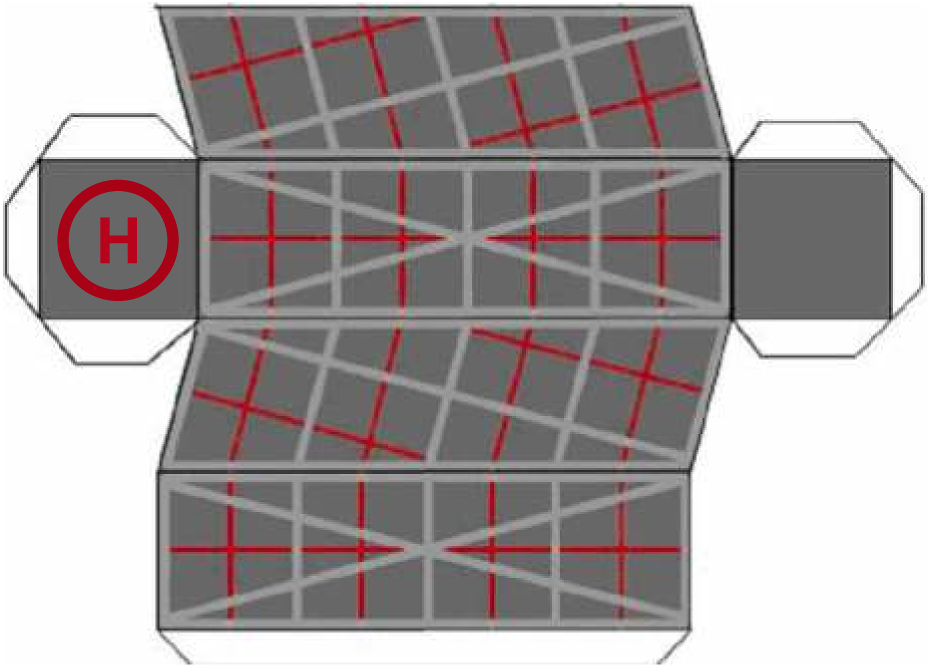
Las torres sirvieron de escenario para el rodaje de la película 'El día de la bestia' de Alex de la Iglesia, quien las presentó como un signo diabólico, el lugar donde se supone que vendrá al mundo el anticristo.

3.11 ¡Podemos medir las Torres KIO sin estar en Madrid!

Como ya hemos visto en sesiones anteriores, la escala y la maquetación son dos herramientas de gran utilidad para conocer nuestro mundo.

Anteriormente aprendimos a conocer el mundo a través de planos a escala. Si en esa sesión descubrimos el mundo a través de planos, en esta lo haremos a través de objetos tridimensionales. Para ello, construiremos una sencilla maqueta de las torres KIO.

Para ello recortaremos el desplegable de tal torres KIO que nos entregará el profesor en formato A3 y lo montaremos hasta tener nuestra maqueta terminada.



56 ¿Cuál es la altura de la torre en la maqueta?

57 La altura real de la torre es de 114 m. ¿Cuál es la escala de la maqueta?

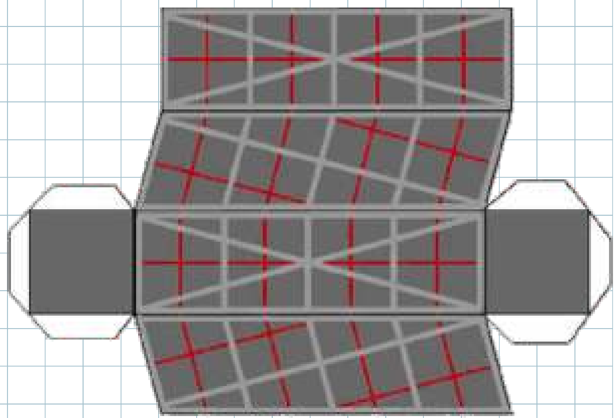
58 ¿Cuál es la inclinación de la maqueta?. Pista, debes usar un trasportador de ángulos

59 ¿Cuál es la inclinación de la torre en la realidad?

60 Calcula el área de la base de la torre en la maqueta a escala

61 ¿Cuál será la superficie de la base en la torre real?

62 Halla el área de cada una de las caras la torre en la maqueta. Indicalo en el desarrollo.



63 ¿Cuál es el área total de las cuatro caras inclinadas de la torre en la realidad?

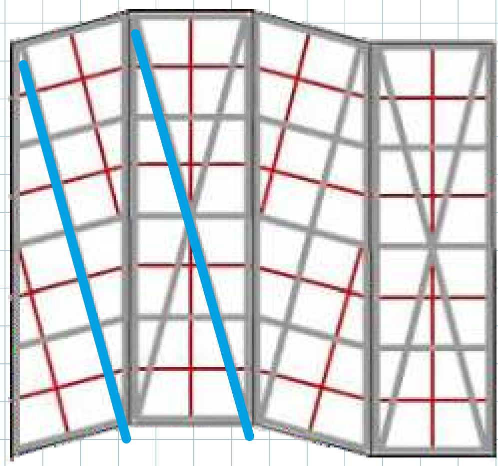
64 Si un servicio de limpieza cobra 0,35€ por cada metro cuadrado de limpieza de cristal ¿cuanto cuesta limpiar toda la torre?

65 Calcula el volumen de la torre de la maqueta

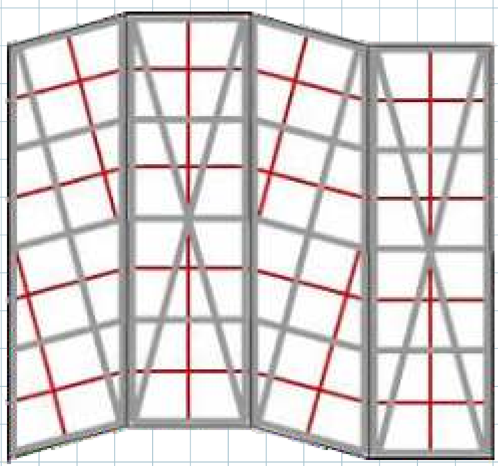
66 ¿Cuál es el volumen de la s 2 torres KIO?

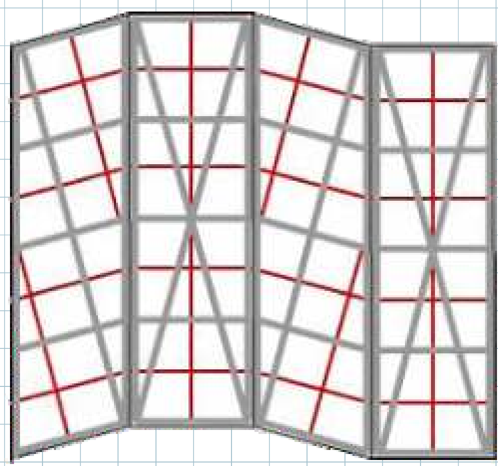
67 Comprueba que se verifica el teorema de Pitágoras en las medidas de las aristas y de la altura de la maqueta. Escribe aquí las medidas y los cálculos:

68 ¿Son paralelas las diagonales de las caras laterales señaladas en azul?

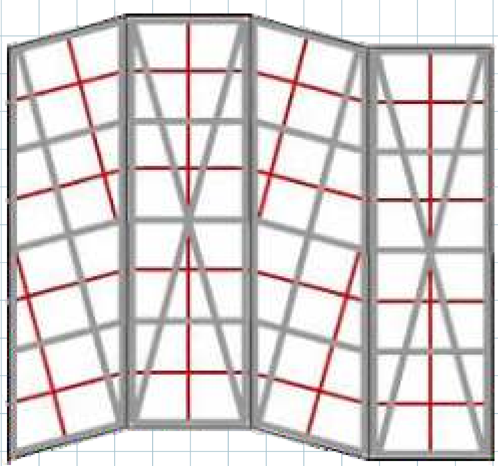


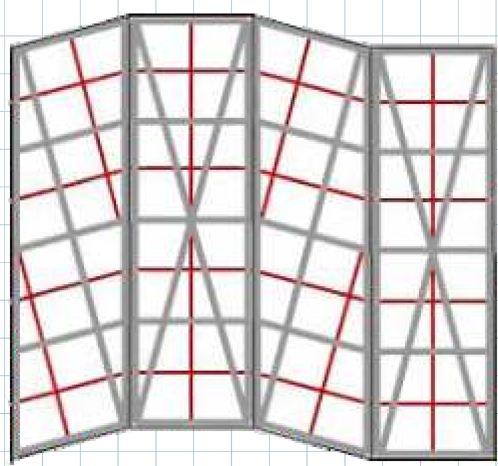
69 Busca triángulos semejantes en la fachada





70 Enuncia el Teorema de Tales sobre algunos triángulos y segmentos del desarrollo de la fachada





3.12 ¡Midamos nuestro colegio!

71 El pozo del patio tiene fisuras en su interior y tienen que entrar operarios para arreglarlo. Los trabajos se harán en toda la superficie interior. La empresa nos garantiza que el pozo se va a arreglar en 10 días. Si nos aseguran que cada operario puede arreglar 5 m^2 al dia y sabemos que el pozo tiene capacidad para 100.000 litros, ¿cuántos trabajadores van a trabajar en el pozo simultáneamente?

72 Las columnas de nuestro colegio están revestidas por azulejos, creando un prisma de base polígonal. ¿cuánto mide al volumen definido por el alicatado. ¿cuál es el área de todos los azulejos?

73 Calcular el área y el volumen del depósito de agua. Como no nos permiten subirnos al tejado para medirlo, vamos a suponer que es una pirámide recta en la que cada aristamide 2 metros. Pista, para medir la altura del edificio puedes utilizar un cartabón y aplicar el teorema de Thales.

74 En nuestro colegio hay muchas palmeras que tienen una maceta bastante interesante. Los recipientes en los que están plantadas se llaman expuertas. ¿Sabrías decir para que sirven realmente?. Pues resulta que generalmente se utilizan para transportar escombros en obras de pequeña entidad, si bien, puede usarse para muchas cosas mas. Trata de buscar la de la fotografía y con la ayuda de un metro trata de calcular el área de la expuerta y el volumen de tierra que hay dentro de ella.

75 ¿Alguna vez te habías fijado en la forma tan rara que tienen las papeleras del colegio? La verdad es que son bastante curiosas y cuando llueve se llenan de agua. Con la ayuda de un metro, calcula cuanta lluvia debería caer sobre la papelera para conseguir que ésta rebose.

YT.1 https://www.youtube.com/watch?v=E1uWLydHTqA

YT.2 https://www.youtube.com/watch?v=Tkb7T8nZ3mg (0:00 - 4:35)

YT.3 https://www.youtube.com/watch?v=-v7pWtlX6oY

YT.4 https://www.youtube.com/watch?v=x0_FHjZnTe8

YT.5 https://www.youtube.com/watch?v=0Z3Ke00MDkU

YT.6 https://www.youtube.com/watch?v=cG_ki3My9F8

YT.7 https://www.youtube.com/watch?v=wanFUONxPsk

YT.8 https://www.youtube.com/watch?v=Tnthw2u4GTk

YT.9 https://www.youtube.com/watch?v=Jo7NuGn7y14

YT.10 https://www.youtube.com/watch?v=iK3T4iwbKkE

YT.11 https://www.youtube.com/watch?v=rdPkih7GB-k

YT.12 https://www.youtube.com/watch?v=EGQ_NQcAy28

YT.13 https://www.youtube.com/watch?v=sAjtYwXy5Bc (0:00 - 4:22)

YT.14 https://www.youtube.com/watch?v=pIdeLhvD0nA

YT.15 https://www.youtube.com/watch?v=Ri9z7iPnFv0

YT.16 https://www.youtube.com/watch?v=sAjtYwXy5Bc

YT.17 https://www.youtube.com/watch?v=KpWkP46CWMY

YT.18 https://www.youtube.com/watch?v=JtL_PXHvsJI

YT.19 https://www.youtube.com/watch?v=dGQS0wyWWIs

YT.20 https://www.youtube.com/watch?v=cswNrRHbSR4

YT.21 https://www.youtube.com/watch?v=gqleiunC9JY

YT.22 https://www.youtube.com/watch?v=2tJL7jDvvPk

ANEXO B:

RUBRICA DE EVALUACIÓN/CALIFICACIÓN INDIVIDUAL DEL ALUMNO/A

RÚBRICA DE EVALUACIÓN-CALIFICACIÓN	
FOTO	**ALUMNO/A:**
	ASISTENCIA: ☐S00 ☐S01 ☐S02 ☐S03 ☐S04 ☐S05 ☐S06 ☐S07 ☐S08 ☐S09 ☐S10 ☐S11 ☐S12 ☐S13 ☐S14 ☐S15 ☐S16 ☐S17 ☐S18 ☐S19 ☐S20 ☐S21
	CALIFICACIÓN: ☐00 ☐01 ☐02 ☐03 ☐04 ☐05 ☐06 ☐07 ☐08 ☐09 ☐10 ☐10+
	Calificación = (75·R1 + 75·R2 + 75·R3 + 75·R4 + 10·R5 + 60·R6 + 10·R7) / 100

R1. ACTITUD EN CLASE

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	CALIFIC.
										R1=A/6 *A=∑/dias*
S11	**S12**	**S13**	**S14**	**S15**	**S16**	**S17**	**S18**	**S19**	**S20**	

Actitud:	Participación:	Interés y curiosidad:
- Negativa (0 puntos)	- Pasiva (0 puntos)	- Negativa (0 puntos)
- Neutral (1 puntos)	- Neutral (1 puntos)	- Neutral (1 puntos)
- Positiva (2 puntos)	- Activa (2 puntos)	- Positiva (2 puntos)

R2. CUADERNO DEL ESTUDIANTE

Completado al:	Limpieza y orden:	Aprovech. didáctico:	CALIFIC.
☐ 0-70% (0 puntos)	☐ Malo (0 puntos)	☐ Malo (0 puntos)	*R2=∑/6*
☐ 71-90% (1 puntos)	☐ Medio (1 puntos)	☐ Medio (1 puntos)	
☐ 91-100%(2 puntos)	☐ Bueno (2 puntos)	☐ Bueno (2 puntos)	

R3. ACTIVIDADES COOPERATIVAS

	CALIFIC.
EV1 - Evaluación Compañero 1: ☐00 ☐01 ☐02 ☐03	R3=(A+CA)/3 *A=∑EVi/5*
EV2 - Evaluación Compañero 2: ☐00 ☐01 ☐02 ☐03	
EV3 - Evaluación Compañero 3: ☐00 ☐01 ☐02 ☐03	
EV4 - Evaluación Compañero 4: ☐00 ☐01 ☐02 ☐03	
EV5 - Evaluación Compañero 5: ☐00 ☐01 ☐02 ☐03	
CA - Calificación actividades: ☐00 ☐01 ☐02 ☐03	

R4. VISIONADO DE VIDEOS

YT1	YT2	YT3	YT4	YT5	YT6	YT7	YT8	YT9	YT10	CALIFIC.
										R4=∑/(120)
YT11	**YT12**	**YT13**	**YT14**	**YT15**	**YT16**	**YT17**	**YT18**	**YT19**	**YT20**	

Visto:	Resumen:	Vinculación matemat.:
- NO (0 puntos)	☐ Malo (0 puntos)	☐ Malo (0 puntos)
- SI (2 puntos)	☐ Medio (1 puntos)	☐ Medio (1 puntos)
	☐ Bueno (2 puntos)	☐ Bueno (2 puntos)

R5. CONTROL DE CONCEPCIONES ERRÓNEAS (KAHOOT)	CALIFIC. R5=∑/60
CCE1 - ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10	
CCE2 - ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10	
CCE3 - ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10	
CCE4 - ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10	
CCE5 - ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10	
CCE6 - ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10	

R6. EXÁMEN	CALIFIC. R6=*Nota/10*
Nota: ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10	

R7. ACTIVIDADES VOLUNTARIAS

AV1	AV2	AV3	AV4	AV5	AV6	AV7	AV8	AV9	AV10	CALIFIC. R7=∑/(4*n)

Realizada:	Resolución:	
- NO (0 puntos) - SI (2 puntos)	☐ Malo (0 puntos) ☐ Medio (1 puntos) ☐ Bueno (2 puntos)	Considerar tantas actividades como se hayan planteado (n).

R8. OBSERVACIONES

ANEXO C:

RUBRICA DE EVALUACIÓN
ACTIVIDADES COOPERATIVAS

Para evaluar el trabajo en grupo, a parte de la corrección de las actividades de proyecto, se realizará una evaluación de la participación de los alumnos en la dinámica cooperativa del grupo. Para evaluar la participación de los alumnos se recurre a la rúbrica que se aporta y que será completada por los estudiantes, que valorarán la participación de sus compañeros.

Con el fin de garantizar respuestas objetivas, la rúbrica será rellenada privadamente por los estudiantes a través de cuestionarios en la plataforma Moodle, lo que permitirá evitar influencias por el condicionamiento de los compañeros en el mismo aula.

CRITERIO	MALO (0)	REGULAR (1)	BUENO (2)	MUY BUENO (3)
ACTITUD	No respeta el proyecto o el trabajo de los compañeros. Casi nunca tiene una actitud positiva.	Algunas veces no respeta el proyecto o el trabajo de los compañeros. A veces tiene una actitud positiva.	Rara vez no respeta el proyecto o el trabajo de los compañeros. Tiene una actitud positiva frecuente.	Siempre respeta el proyecto o el trabajo de los compañeros. Tiene una actitud positiva permanente.
CAPACIDAD DE TRABAJO	Rara vez trabaja, deja que otros hagan el trabajo.	Trabaja algunas veces en lo que se necesita hacer.	Trabaja casi todo el tiempo en lo que se necesita hacer.	Trabaja todo el tiempo en lo que se necesita hacer.
PARTICIPACIÓN	Cuando participa no aporta ideas útiles para el trabajo en equipo y en los debates de clase.	Cuando participa no suele aportar ideas útiles para el trabajo en equipo y en los debates de clase.	Cuando participa no suele ideas útiles para el trabajo en equipo y en los debates de clase. Mejora el funcionamiento del grupo.	Cuando participa no suele aportar ideas útiles para el trabajo en equipo y en los debates de clase. Es imprescindible para el grupo.
TRABAJO COOPERATIVO	Raramente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de los compañeros. Rechaza la cooperación en el grupo	A veces escucha, comparte y apoya el esfuerzo de los compañeros.	Usualmente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de los compañeros.	Escucha, comparte y apoya el esfuerzo de los compañeros. Fomenta la cooperación en el grupo.
INICIATIVA EN LA RESOLUCIÓN	Deja que los compañeros hagan el trabajo.	No busca o mejora, pero trabaja las soluciones propuestas por los compañeros.	Desarrolla y mejora soluciones aporta-das por otros.	Se esfuerza en buscar soluciones a los problemas.
ORGULLO	El trabajo refleja muy poco esfuerzo.	El trabajo refleja algo de esfuerzo.	El trabajo refleja un gran esfuerzo	El trabajo refleja su mejor esfuerzo.

ANEXO D:

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
PRUEBA ESCRITA (EXAMEN)

El examen de evaluación final se concibe como el instrumento de evaluación en el que se mide, de manera general el grado de asimilación de los contenidos por parte de los alumnos y permite aunar en un único instrumento todos los criterios de evaluación establecidos para el prese Proyecto – Unidad didáctica.

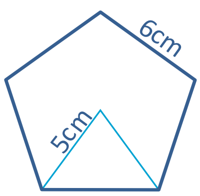
Es costumbre mayoritaria la reducción de la evaluación del alumno a la consecución positiva de una prueba escrita (examen). Entendemos que esta metodología de evaluación es contraria al requisito establecido por la normativa actual de evaluación continua del alumno. Para atender a este criterio de evaluación continua, a la prueba escrita se le asignó un peso específico del 60% del total de la evaluación del estudiante.

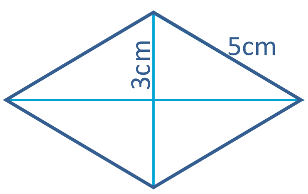
Si bien en los demás instrumentos de valoración se trabajan sobre aspectos criterios de evaluación puntuales y en momentos aislados, por su especial naturaleza, la realización de una prueba final escrita debe tener en consideración la globalidad de los criterios de. Para atender a todos los criterios autoimpuestos, se han desarrollado dos tipos de ejercicios a resolver por los alumnos-as durante el examen:

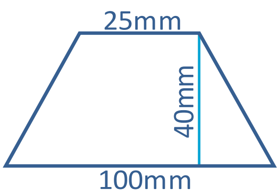
- *Ejercicios de aplicación Teórico-Práctica:* Concretamente los ejercicios 1 a 3. Conjunto de preguntas destinadas a la comprobación de la asimilación de los contenidos de índole teórica, mediante la realización de ejercicios inmediatos de aplicación práctica.
- *Ejercicios de Resolución de problemas:* Concretamente los ejercicios 4 y 5. Este tipo de ejercicios están destinados a comprobar la asimilación por parte de los alumnos-as de los procesos de resolución de problemas de naturaleza geométrica, así como a constatar la capacidad para recurrir correctamente a la aplicación de los teoremas estudiados en el bloque de contenidos de la geometría.

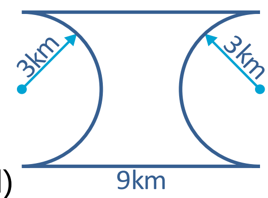
La combinación de ambos tipos de actividades en una misma prueba permite contemplar la totalidad de criterios de evaluación establecidos para el presente Proyecto – Unidad Didáctica.

<u>EJERCICIO 1:</u> Calcula el área y el perímetro de cada figura *(2,00 puntos)*

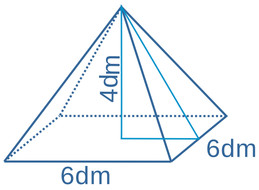
a) 

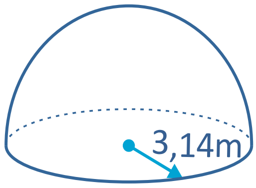
b) 

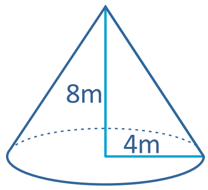
c) 

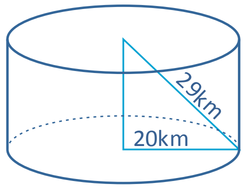
d) 

EJERCICIO 2: Calcula el volumen y el área del desarrollo plano de las siguientes figuras *(4,00 puntos)*

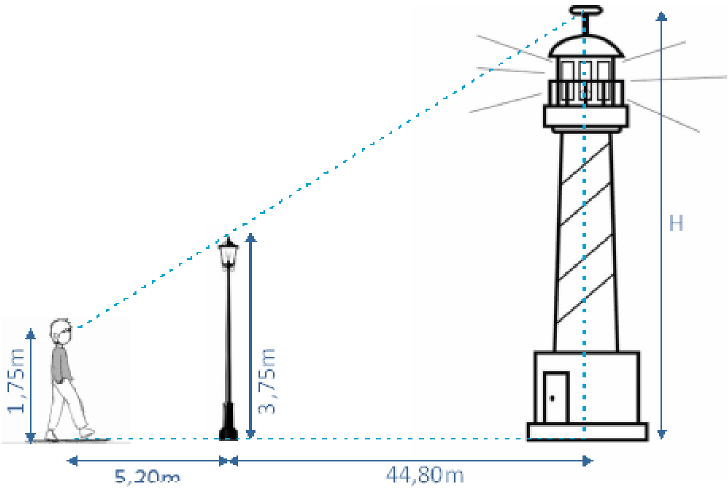
a) 

b) 

c) 

d) 

EJERCICIO 3: Calcula la altura del faro a partir de los datos que figuran en el esquema siguiente: *(1,00 puntos)*



EJERCICIO 4: Calcula el volumen y el área del desarrollo plano de una pirámide de la que sabemos que su base es cuadrada y de superficie 9m², y sabiendo que un prisma de igual base y altura tiene un volumen de 27m³. Pistas:

a.) Calcula la altura de la pirámide a partir de los datos del prisma. *(0,50 puntos)*

b.) Dibuja la pirámide y calcula su volumen. *(0,50 puntos)*

c.) Dibuja el desarrollo plano de la pirámide y calcula su área total. *(0,50 puntos)*

EJERCICIO 5: En un triángulo equilátero de 10cm de lado, trazamos una recta paralela a la base y a 6 centímetro de la base, obteniéndose dos triángulos semejantes. Halla la altura, el área y el perímetro de cada uno de los triángulos. Pistas:

a.) Calcula la razón de semejanza entre ambos triángulos (0,30 puntos).

b.) Calcula la altura del triángulo mayor (0,30 puntos).

c.) Calcula la altura del triángulo menor (0,30 puntos).

d.) Calcula el Área y el perímetro del triángulo mayor (0,30 puntos).

e.) Calcula el área y el perímetro del triángulo menor (0,30 puntos).

ANEXO E:

UNIDAD DIDÁCTICA PREVIA

Propuesta de intervención para la docencia de geometría
"Semejanza, Teoremas de Thales y Pitágoras aplicados a Figuras Planas y Cuerpos Geométricos, e Introducción a la Trigonometría"
en el curso de 3º de E.S.O.

E.1 CONSECUCIÓN DE OBJETIVOS Y COMPETENCIAS

Todos los contenidos impartidos durante la etapa de Educación Secundaria Obligatoria están destinados a la consecución de una serie de objetivos educativos y a la obtención de competencias por parte de los alumnos. El presente proyecto (Unidad didáctica) participa total o parcialmente en la consecución de dichos objetivos y competencias tal como se describe en los apartados siguientes.

Para ello se consulta la normativa de referencia a nivel nacional, Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, *por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*; así como sus correspondientes a nivel autonómico andaluz, Orden de 10 de agosto de 2007, *por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía* y Decreto 231/2007, de 31 de julio, *por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación secundaria obligatoria en Andalucía*.

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo*, de Educación*, en su artículo 6.2, establece que corresponde al Gobierno fijar las enseñanzas mínimas a las que se refiere la disposición adicional primera, apartado 2, letra c) de la Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio, *reguladora del Derecho a la Educación.* Las enseñanzas mínimas son los aspectos básicos del currículo referidos a los objetivos, las competencias básicas, los contenidos y los criterios de evaluación.

En el Real Decreto 1631/2006, se fijan a nivel nacional las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. La finalidad de las enseñanzas mínimas es asegurar una formación común a todos los alumnos y alumnas dentro del sistema educativo español y garantizar la validez de los títulos correspondientes. Dicha formación asegurará y facilitará la continuidad, progresión y coherencia del aprendizaje en caso de movilidad geográfica del alumnado entre los distintos puntos del territorio nacional, así como fomentar la igualdad de derechos y oportunidades entre todos los ciudadanos de la nación.

En virtud de las competencias atribuidas a las administraciones educativas, corresponde a estas establecer el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria, del que formarán parte las enseñanzas mínimas fijadas en el citado Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre. Por su parte, los centros docentes juegan un papel activo en la determinación del currículo, puesto que, de acuerdo con lo establecido en el artículo 6.4 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, les corresponde desarrollar y completar, en su caso, el currículo establecido por las administraciones educativas locales. Esto responde al principio de autonomía pedagógica, de organización y de gestión que dicha ley atribuye a los centros educativos, con el fin de que el currículo sea un instrumento válido para dar respuesta a las características del entorno en que se sitúe cada centro.

En la regulación de las enseñanzas mínimas tiene especial relevancia la definición de las competencias básicas que el alumnado debe alcanzar al finalizar la Educación Secundaria Obligatoria. Las competencias básicas, que se incorporan por primera vez a las enseñanzas mínimas, permiten identificar aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. Su logro deberá capacitar a los alumnos y alumnas para su realización personal, el ejercicio de la ciudadanía activa, la incorporación satisfactoria a la vida adulta y el desarrollo de un aprendizaje permanente a lo largo de la vida.

Por su parte, los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria se definen para el conjunto de la etapa de manera general, especificándose en cada materia el modo en que estas contribuyen al desarrollo de dichos objetivos generales, la adquisición de competencias básicas, y, organizados por cursos, los contenidos y criterios de evaluación.

En los apartados siguientes veremos la participación del tema tratado en la consecución de objetivos y la adquisición de competencias por parte de los alumnos:

E.1.1 Adquisición de Competencias Básicas

La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles para que un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria pueda lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida, de ahí su carácter básico.

La inclusión de las competencias básicas en el currículo permite a todos los estudiantes aunar sus aprendizajes por fascículos y ponerlos en relación con distintos tipos de contenidos y utilizarlos de manera efectiva cuando les resulten necesarios, en diferentes situaciones y contextos. De esta forma, cada una de los tópicos que conforman las distintas áreas de conocimiento contribuyen al desarrollo de diferentes competencias y, a su vez, cada una de las competencias básicas se alcanzará como consecuencia del trabajo en varias áreas o tópicos simultáneamente.

En el marco de la propuesta realizada por la Unión Europea, y de acuerdo con las consideraciones que se acaban de exponer, en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, se han identificado ocho competencias básicas, en las que el proyecto contribuye a la adquisición de las mismas según se indica:

- *Competencia matemática:*
    - Conocer y reconocer los distintos tipos de figuras planas y espaciales.
    - Dominar las semejanzas y el uso de las escalas.
    - Hacer uso de la semejanza de triángulos para resolver problemas geométricos.
    - Hacer uso del teorema de Pitágoras para resolver problemas geométricos.
    - Usar las razones trigonométricas para la resolución de problemas.
- *Competencia en comunicación lingüística:*
    - Explicar de forma clara y concisa los procedimientos y los resultados geométricos.
    - Comprender los enunciados de los problemas y extraer la información necesaria para resolverlos.
    - Relacionar los distintos tipos de lenguaje: natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia.
    - Extraer la información geométrica de un texto dado.
- *Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico:*
    - Discriminar formas, relaciones formales y relaciones espacio-dimensionales.
    - Desarrollar la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones en el plano y el espacio y entre ambos.
    - Reconocer semejanzas en su entorno.
    - Reconocer la ayuda de la semejanza de triángulos para manejarse en el mundo físico.
    - Aplicar los conocimientos matemáticos a objetos del mundo real

- *Tratamiento de la información y competencia digital:*
    - Utilizar Internet para reforzar y avanzar en su aprendizaje.
- *Competencia social y ciudadana:*
    - Valorar la aportación de otras culturas al desarrollo de la geometría.
    - Toma conciencia de la utilidad de los conocimientos geométricos en multitud de labores humanas.
- *Competencia cultural y artística:*
    - Reconoce el uso de semejanzas en distintas disciplinas (arte, arquitectura…).
    - Reflexiona sobre la utilización de las matemáticas en otras culturas.
- *Competencia para aprender a aprender:*
    - Valorar los conocimientos geométricos adquiridos.
    - Ampliar los conocimientos básicos mediante la búsqueda de información.
    - Ser consciente de las características en los conocimientos adquiridos.
- *Autonomía e iniciativa personal:*
    - Resolver problemas geométricos con ayuda de los conocimientos adquiridos.
    - Elige el procedimiento más adecuado para resolver problemas de geometría plana y espacial.
    - Planificar estrategias, asumir retos y convivir con la incertidumbre y sus derivados procesos de toma de decisiones.

E.1.2 Consecución de objetivos

Para el desarrollo de las distintas competencias descritas en el apartado anterior, se recurre a los objetivos. Estos pueden entenderse como pequeños paquetes cuya consecución permite la adquisición parcial de una o varias competencias. En este sentido, la consecución de los distintos objetivos garantiza la adquisición de las competencias que conforman el currículo mínimo de la Educación Secundaria Obligatoria.

En el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, se han identificado doce paquetes básicos de objetivos, dentro de los cuales la enseñanza del tópico de geometría tendrá como finalidad el desarrollo de las siguientes capacidades:

- Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
- Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
- Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
- Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
- Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
- Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

- Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.
- Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

E.2 CONTENIDOS DEL PROYECTO

El presente proyecto - unidad didáctica está dirigido a alumnos-as de 3º de E.S.O. Nuestro objetivo principal es transmitir al alumnado la importancia de la geometría para resolver situaciones de la vida cotidiana. Para ello, se trabajarán los siguientes contenidos:

- *Lugares geométricos y ángulos:*
    - Conocer y manejar la definición y propiedades de lugar geométrico.
    - Trazar la bisectriz como lugar geométrico de ángulos y segmentos.
    - Dividir un segmento en partes proporcionales.
    - Conocer y manejar las propiedades de ángulos: complementarios y suplementarios; formados por dos rectas paralelas y secante; paralelos y perpendiculares.
- *Áreas de cuerpos planos*
    - Identificar y manejar las propiedades de los polígonos y cuerpos planos.
    - Conocer y usar las fórmulas para calcular las áreas de los polígonos.
    - Conocer y usar la fórmula que permite calcular la longitud de una circunferencia, un arco de circunferencia, un círculo, un sector circular y una corona circular.
    - Calcular perímetros y áreas de figuras compuestas.
    - Volumen y desarrollo de cuerpos geométricos
    - Identificar y manejar las propiedades de los cuerpos geométricos básicos.
    - Conocer y usar fórmulas que permiten calcular el volumen de los cuerpos.
    - Conocer y usar las fórmulas que permiten calcular área del desarrollo de las caras que lo componen.

- *Teorema de Pitágoras:*
  - Relación entre áreas de cuadrados. Demostración.
  - Aplicaciones del Teorema de Pitágoras:
    - Cálculo del lado de un triángulo rectángulo conociendo otros dos.
    - Cálculo de un segmento de una figura plana a partir de otros que, con él, formen un triángulo rectángulo.
    - Identificación de triángulos rectángulos a partir de sus lados.
- *Figuras Semejantes:*
  - Identificar y describir invariantes entre dos figuras semejantes.
  - Razón de semejanza. Ampliaciones y reducciones.
  - Relación entre los perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes.
- *Semejanza de triángulos:*
  - Triángulos semejantes. Condiciones generales.
  - Teorema de Thales. Triángulos en posición de Thales.
  - Identificar triángulos en posición de Thales.
  - La semejanza entre triángulos rectángulos.
- *Aplicaciones de la semejanza:*
  - Construcción de una figura semejante a otra.
  - Cálculo de la altura de un objeto vertical a partir de su sombra.
  - Otros métodos para calcular la altura de un objeto.
  - Cálculo indirecto de distancias inaccesibles.
  - Planos, mapas y maquetas. Escalas. Aplicaciones.
- *Trigonometría (Ampliación):*
  - Conocer las razones trigonométricas básicas y sus relaciones.
  - Calcular ángulos y segmentos y aplicación de conceptos trigonométricos.
  - Resolución de problemas con estrategias que incorporen la trigonometría.

E.3 METODOLOGÍA

E.2.1 Metodología General

El presente proyecto se centrará en la importancia que tiene la geometría en los fenómenos cotidianos. Los conceptos se presentarán a los estudiantes de forma que podamos relacionarlos con aspectos de la vida cotidiana y así podamos mantener su motivación. En vez de realizar una sola sesión de motivación, hemos decidido ir motivando, recordando, afianzando y ampliando cada concepto a lo largo de la unidad.

La metodología se presentará como una combinatoria de unidad didáctica y educación por proyecto en el que se combinarán sesiones teórico-prácticas con otras sesiones de proyecto práctico. El objetivo metodológico consiste en crear un proceso de aprendizaje significativo en el que partimos de las ideas previas de los estudiantes y las ponemos en relación con los nuevos conceptos y estrategias que pretendemos enseñarles. Posteriormente dichos conocimientos se afianzarán mediante la resolución de problemas cercanos a los alumnos que involucren dichos conceptos para, finalmente desarrollar sesiones individuales de proyectos en los que los estudiantes consoliden lo aprendido mediante su manipulación y puesta en práctica mediante ejercicios de manipulación del mundo real.

En concreto se establecen 3 momentos de enseñanza por proyectos, uno por semana. Con ellos se pretende re-enganchar a los estudiantes y resucitar la motivación por el aprendizaje de los contenidos de la presente unidad-proyecto. Con estas sesiones de proyecto se pretende aportar a la didáctica de las matemáticas una orientación CTS (Ciencia, Tecnología y Sociedad) en la que la aplicación práctica, cercana e inmediata de lo aprendido sirva como piedra fundamental del proceso de aprendizaje de los alumnos-as.

En las sesiones de aula “tradicional” se seguirá un patrón de actuación preestablecido. Cada sesión la vamos a iniciar afianzando lo aprendido en sesiones anteriores y en algunas ocasiones adelantando lo que veremos en la siguiente. Para ello, cada sesión de aula comenzará con una breve sesión de cálculo mental (10 minutos) que servirá como repaso para los conceptos impartidos en las sesiones anteriores y de adelanto intuitivo de los conceptos a estudiar en la sesión. En otras ocasiones, dando cumplimiento con el plan de lectura del centro, se realizará una sesión de lectura grupal (10 minutos) en la que se trate un texto introductorio a la sesión, que despierte en los alumnos una inquietud que pueda ser resuelta a lo largo de dicha sesión de aula.

Para favorecer que el alumnado venga motivado a clase y realice un repaso de la asignatura sin concebirlo como tarea de desarrollo en casa (lo que les facilitará seguir la clase y participar en ella) cada día se les encargará la tarea de visualizar un par de videos on-line en la plataforma YouTube. Al final de la unidad didáctica se encargará a los alumnos la entrega de un portafolio con los resúmenes de los vídeos que han visto, material que servirá para evaluar el trabajo diario en casa de los estudiantes.

La metodología de enseñanza que se pondrá en práctica será activa, con exposiciones teóricas y realización de numerosas actividades y ejercicios que permitirán que los alumnos/as de una forma progresiva afiancen los conceptos, procedimientos y técnicas matemáticas. Por ejemplo, intentaremos que en cada sesión participen los alumnos realizando actividades en la pizarra e incluso explicando conceptos a partir de estas. Pretendemos, en principio, que en estas intervenciones el profesor intervenga lo mínimo posible, potenciando que los alumnos/as se corrijan y expliquen entre ellos.

Realizaremos también una serie de actividades que se elaborarán en grupo y entregarán al profesor/a al finalizar la clase para su posterior corrección y evaluación. Como actividades extra, propondremos un trabajo de investigación, con el objetivo de que comiencen a familiarizarse con la biblioteca y los buscadores de internet, así como con contrastar la información obtenida.

Por otra parte, se han elaborado propuestas pedagógicas para esta etapa desde la consideración de la atención a la diversidad y del acceso de todo el alumnado a la educación común. Para atender esa diversidad, se entregarán ejercicios y actividades de refuerzo o ampliación y se arbitrarán métodos que tengan en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje del alumnado, favorezcan la capacidad de aprender por sí mismo.

En las sesiones en las que sea posible, se utilizará el ordenador como herramienta de representación gráfica de las propiedades de las figuras semejantes o para su construcción. En este sentido se considera de gran utilidad la utilización del proyector de video como instrumento paralelo a la explicación del profesor en la pizarra.

De manera general, el esquema metodológico de las sesiones teóricas será el mostrado en la figura 3. Este modelo será interrumpido por las actividades de proyecto, cada una de las cuales se desarrollará bajo una dinámica acorde a las actividades que se desarrollarán en cada una de ellas y que se explican en el capítulo séptimo en el que se desglosan las sesiones de aula/proyecto.

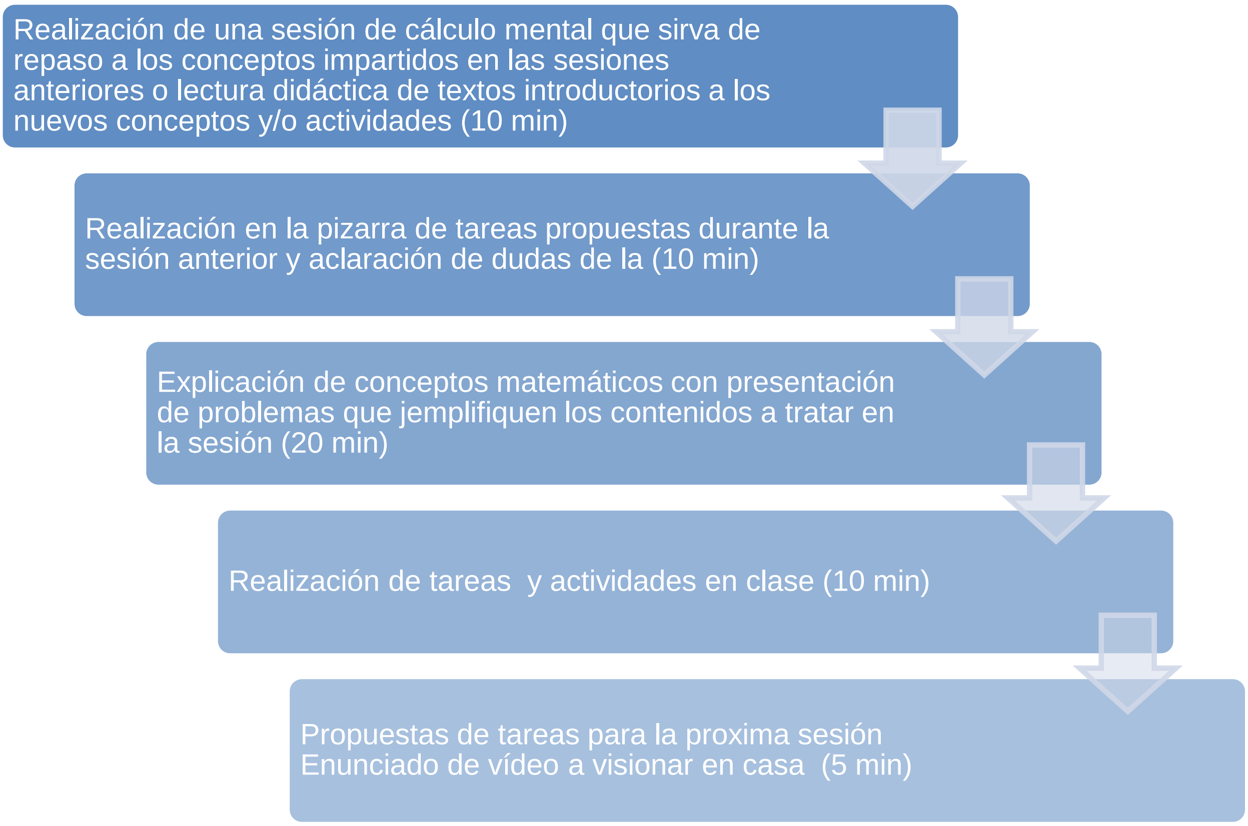


Figura E.1. Esquema de actuación e sesiones de corte tradicional. Fuente: Elaboración propia.

E.2.2 Tipos de actividades

Dentro del desarrollo de la presente unidad didáctica, se podrá hablar de tres tipos de actividades, atendiendo a un criterio fundamental de progresión en cuanto a la dificultad de la misma:

- *Actividades de Inicio:* Actividades iniciales a cada uno de los conceptos introducidos en los que se plantean los conceptos, se proponen lluvia de ideas, se genera predisposición hacia la participación, interés, curiosidad y se motiva al alumnado.

  Por lo general las actividades de inicio consistirán de lecturas didácticas orientadas a introducir el contenido concreto, que se continuará con pregunta por parte del docente para propiciar una lluvia de ideas previas de los alumnos que se confirmará o aclararán durante la sesión teórica de clase.
- *Actividades de Desarrollo:* Corresponde probablemente al bloque central de la unidad, donde se van a desarrollar las tareas fundamentales, utilizando estilos de búsqueda, indagación, etc. Dentro de este bloque se llevarán a cabo ejercicios de reproducción-repetición, destinados esencialmente a la

reproducción del conocimiento estudiado. Incluyen aquellas que se emplean más frecuentemente en las pruebas estandarizadas y en los libros de texto: conocimiento de hechos, representaciones de problemas comunes, recopilación de propiedades y objetos matemáticos familiares, ejecución de procedimientos rutinarios, aplicación de destrezas técnicas y de algoritmos habituales, el manejo de expresiones con símbolos y fórmulas establecidas y realización de cálculos.

- *Actividades de Cierre:* Son el bloque de tareas finales de la unidad. Son tareas que dan significatividad y funcionalidad a aquello que se ha estado haciendo durante toda la unidad. En nuestra propuesta coinciden con las sesiones dedicadas a enseñanza por proyectos, de manera que se refuerce el aprendizaje significativo de los estudiantes.

  Dentro de este conjunto de actividades se pretende integra tanto los ejercicios de conexión, que continuando los ejercicios de reproducción, conducen a situaciones de solución de problemas que ya no son de mera rutina, pero que incluyen escenarios familiares o casi familiares.

  A su vez, también se incluyen dentro de la enseñanza por proyectos propuesta los ejercicios de reflexión-consolidación, que incluyen un elemento de reflexión por parte del estudiante sobre los procesos necesarios o empleados para resolver un problema. Relacionan las capacidades de los alumnos para planificar estrategias de resolución y aplicarlas en escenarios de problema que contienen más elementos y pueden ser más «originales» (o inusuales) que los del grupo de conexión.

Hemos de tener en cuenta igualmente, que dentro del aula hay una diversidad natural del alumnado según sus propios estilos y ritmos de aprendizaje. Por tal razón, a las tareas anteriores añadimos:

- *Actividades de refuerzo:* Para aquel alumnado que presenta dificultad ante la tarea y otras estrategias que nos permitan adecuarnos a su estilo o ritmo de aprendizaje.
- *Actividades de ampliación:* Para aquel alumnado que realiza con cierta facilidad las tareas propuestas. Este tipo de tareas no implica ir a contenidos más complejos, sino modificar los niveles de dificultad de los ya propuestos.

Estas actividades se desarrollarán a medida que se detecte su necesidad por parte del alumnado. Dentro de estas actividades se encuentran ejercicios de desarrollo voluntario a desarrollar por los alumnos con grados de escala ascendente, pudiéndose adaptar la escala de dificultad a las necesidades concretas de cada alumno. Para tal fin se desarrollarán sesiones de práctica informática mediante el portal https://www.thatquiz.org/es.

E.2.3 Gestión de espacios de enseñanza

Modificar contextos de aprendizaje también significa utilizar otros espacios diferentes al aula. Además de la propia aula para el desarrollo de este Proyecto-Unidad Didáctica se emplearán otros espacios del centro: taller de tecnología y zona de recreo. Tanto unos como otros han de ser considerados igualmente como contextos de aprendizaje, adaptando las tipologías de prácticas a los distintos escenarios en donde se imparta.

E.2.4 Los tiempos

Los tiempos han de ser planificados para dotar de coherencia a la programación didáctica y por tanto a nuestra labor educativa. En la programación de actividades se ha tenido en cuenta los siguientes aspectos:

- *Horarios:* No es lo mismo proponer tareas que requieran mayor concentración en los primeros momentos de la jornada, que al final del día lectivo o la semana. Las actividades más teóricas se programan para los dos primeros días de la semana, en los que la docencia se imparte antes del recreo. Las actividades de corte más práctico-colaborativo se han programado para los jueves y viernes, en los que la docencia se imparta a última hora del día y los alumnos tienden a estar más distraídos.

  Estructura de las sesiones: Dentro de todas las sesiones se han incluido momentos de trabajo autónomo o por grupo, de tal manera que se haga posible atender a la diversidad natural de una manera más individualizada y por tanto dar cabida entre otras, a las tareas de ampliación o refuerzo.

  De igual manera, la programación de las sesiones de proyecto distribuidas por semanas permite atender a una circunstancia específica de la clase: la tendencia a la desconexión emocional con la materia que están estudiando. Con los proyectos semanales se pretende establecer un punto de reencuentro emocional con las enseñanzas impartidas que permitan al alumno recobrar la motivación por la materia.

E.2.4 Los materiales

A pesar de que el centro posee la catalogación de centro-TIC, las aulas de 3º de ESO no disponen de material informático para el desarrollo de las clases. El único recurso del que disponen los alumnos en el centro es el libro de texto y el cuaderno de apuntes, más la incuestionable ayuda del profesor de matemáticas.

Según el programa de gratuidad de libros de textos al que se acoge el centro, los alumnos no pueden hacer un uso libre de los libros de textos y la mayoría de la actividad teórica se realiza mediante sesiones de dictado de teoría. A su vez, por la deficiente dinámica seguida en los cursos anteriores, los estudiantes no están acostumbrados a desarrollar un cuaderno de apuntes completo, por lo que el material de estudio del que disponen es claramente deficiente.

Para atender a esta circunstancia, para poner en práctica el presente proyecto se ha desarrollado un cuaderno del estudiante. Este documento de trabajo de los estudiantes les permitirá disponer de una herramienta de aprendizaje completa y ordenada que les facilite el proceso de estudio y repaso de las lecciones y, que en segunda instancia, permita al docente el seguimiento del trabajo individual de los alumnos-as. Dicho cuaderno del estudiante se adjunta al presente proyecto como ANEXO F.

Como se ha mencionado anteriormente, el aula no dispone de equipos informáticos y/o proyectores que puedan ser utilizados en clase. Dado que se considera que estas herramientas son de gran utilidad para una mejor enseñanza de los contenidos de la geometría, el redactor del presente proyecto empleará sus propios equipos informático y de proyección de video. Con el empleo de estos equipos informáticos se podrá incorporar a la docencia todas las posibilidades didácticas disponibles en la web como por ejemplo:

- Internet
- Youtube
- https://www.thatquiz.org/es
- www.webquiz.it
- www.webquest.es
- Medios audio-visuales
- Herramientas de CAD
- Software de diseño gráfico

E.4 DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES DEL PROYECTO - UD

En el presente capítulo se describirán las sesiones de aula/proyecto previstas para la docencia de completa del presente proyecto – unidad didáctica. En principio, la docencia se imparte en 16 sesiones, dentro de las cuales se incluyen las respectivas de examen y revisión.

Las sesiones están secuenciadas conforme a la secuenciación disponible en al cuaderno del estudiante. (Ver anexo B, se recomienda la lectura en paralelo de ambos documentos).

E.4.1 Sesión 1: Lugares geométricos y ángulos.

Introducción a la metodología y criterios de evaluación (10 min)

Dado que se va a implantar una metodología de enseñanza distinta a la que están acostumbrados los alumnos-as y basada en la resolución de problemas, se dedican 10 minutos de la primera sesión para explicar a los alumnos cómo van a desarrollarse las sesiones de aula, cómo deben trabajar en las actividades de grupo y los criterios de evaluación que van a utilizarse.

Se informa de los grupos que se van a mantener en las actividades grupales (confeccionados con la ayuda del tutor principal), así como de un trabajo de investigación grupal que deberán realizar y exponer el último día de clase. La longitud máxima del trabajo a realizar es de 5 páginas.

Los temas que deberán investigas son los que se listan a continuación: “Explica, desde la perspectiva de las matemáticas el funcionamiento de…

- La visión del ojo como analogía de la cámara oscura”.
- La invención de la lupa por Roger Bacon”.
- Uso de la cámara oscura para dibujar paisajes”.
- George Eastman y la patente de la cámara Kodak”.
- El cinematógrafo”.
- El proyector de video”

Repaso conceptos de lugar geométrico y ángulos (40min):

Previo a la enseñanza de los distintos contenidos del presente proyecto, es necesario que los alumnos conozcan las nociones básicas de la geometría. Antes del presente curso, los estudiantes han estudiado por dos años los conceptos de lugar geométrico y propiedades de los ángulos y los polígonos. Para captar la atención de los alumnos y evitar que la clase sea aburrida (es la última hora antes de las vacaciones de semana santa), se opta por una sesión de repaso colaborativo basada en la metodología del Puzle de Aronson, considerada como la más importante de cuantas ponen en práctica la cooperación en el aula (Slavin, 1995).

Mediante esta técnica, son los propios alumnos los que hacen de tutores del aprendizaje de sus compañeros, siendo estos a la vez tutorizados por ellos mismos. Esto produce una interdependencia positiva al trabajar juntos, de modo que los objetivos de los participantes se hallen vinculados, de tal forma, que cada cual pueda alcanzar sus objetivos si los demás consiguen los propios. Los alumnos no dependen excesivamente del profesor, sino que son ellos los constructores de su propio aprendizaje3.

E.4.2 Sesión 2: Área de figuras planas.

Cálculo mental (10min)

Actividad de cálculo mental y repaso de los conceptos aprendidos en la sesión anterior.

Enseñanza de conceptos teóricos (30min)

Sesión de aula tradicional en la que se repasarán los conceptos de área y perímetro. Se recurrirá a los materiales didácticos disponibles en la web del Ministerio de Educación: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/. (En adelante denominada como Descartes).

De manera paralela, la sesión se acompaña de la proyección de los vídeos:

- https://www.youtube.com/watch?v=E1uWLydHTqA
- https://www.youtube.com/watch?v=Tkb7T8nZ3mg

Trabajo autónomo (10min)

Una vez finalizadas las explicaciones teóricas, se dejará tiempo para que los estudiantes realicen los ejercicios propuestos (01-06) y empiecen a completar el portafolio con el contenido de los videos proyectados en clase.

[3] El Aprendizaje Cooperativo: Una Investigación centrada en el ámbito Universitario. Fundación Rodas, Universidad de Sevilla. http://rodas.us.es/file/ae73166b-40d5-528c-15f4-b2d04ffc1d8c/1/capitulo4_SCORM.zip/pagina_03. htm. Accedido el 8 de marzo de 2014.

E.4.3 Sesión 3: Teorema de Thales

Corrección de ejercicios (10min)

Enseñanza de conceptos teóricos (30min)

La docencia del Teorema de Thales se inicia con la lectura de un texto en el que se introduce el tema gracias a la historia de cómo Thales midió las pirámides con la ayuda de un palo (Anexo F – punto 3.1).

A continuación, se impartirá docencia teórica sobre los conocimientos de: figuras y polígonos semejantes, Razón de semejanza, Teorema de Thales, División de segmentos en partes proporcionales y Cálculo de distancias inaccesibles.

Realización colectiva de ejercicios (15min)

Una vez terminada la explicación teórica, se realizan en la pizarra los ejercicios programados para la sesión (8-15). La rutina de trabajo será lectura de enunciado, lluvia de ideas por parte de los estudiantes sobre cómo puede resolverse y resolución en pizarra por parte de uno de los estudiantes. Los ejercicios no resueltos se realizarán como tarea.

E.4.4 Sesión 4: Prácticas de Taller Patio. PROYECTO 1

La presente sesión es la primera de las programadas de educación por proyectos. La sesión constará de las siguientes fases:

Construcción de utensilios en taller (15min)

Nos desplazamos con los alumnos al aula de tecnología. En ella los alumnos deberán construir una cámara oscura a partir de un bote de Pringles y un tubo oscuro a partir de un tubo de cartón. Las instrucciones que deberán seguir se pueden consultar en el Anexo F, en sus puntos 4.2 y 4.3.

Actividades en el patio (35min)

Una vez ejecutadas nuestras manualidades, nos desplazamos (en silencio) al patio del colegio, en el que utilizaremos las manualidades realizadas anteriormente para afianzar los conocimientos. Para ello, leemos un texto didáctico sobre el origen de las cámaras fotográficas, su relación con las cámaras oscuras y su vinculación con las matemáticas (Anexo F – punto 4.1) para posteriormente dejar que los alumnos descubran el fenómeno mediante la utilización de la cámara oscura que han fabricado.

En segundo lugar se lee el texto de la distancia de la tierra al sol (Anexo F – punto 4.3), a continuación, mediante el uso del aparato por ellos ejecutado, se les da tiempo para que calculen la distancia real a la que está el sol mediante el uso de triángulos semejantes.

Por último se realizará la recreación de la medición e la altura de la pirámide de Egipto. En nuestro caso, mediremos y calcularemos la altura de distintos objetos existentes en el patio: el edificio, las farolas, árboles, postes, algunos compañeros, etc.

E.4.5 Sesión 5: Teorema de Pitágoras.

Corrección de ejercicios - Dudas (20min)

Se inicia la sesión de aula con ejercicios de cálculo mental de repaso de los conceptos teóricos aprendidos. A continuación se corrigen en la pizarra los ejercicios de tarea. La dinámica de este período es que los estudiantes resuelvan los problemas en la pizarra y que los propios compañeros les corrijan. El papel del profesor será la de resolver dudas de los estudiantes.

Enseñanza de conceptos teóricos (15min)

La docencia del Teorema de Pitágoras se realiza mediante la proyección interactiva de las demostraciones más habituales disponibles en la web, a partir de las cuales se les introduce a los alumnos-as los conceptos teóricos.

Realización colectiva de ejercicios (15min)

Una vez terminada la explicación teórica, se realizan en la pizarra los ejercicios programados para la sesión (16-22). La rutina de trabajo será lectura de enunciado, lluvia de ideas por parte de los estudiantes sobre cómo puede resolverse y resolución en pizarra por parte de uno de los estudiantes. Los ejercicios no resueltos se realizarán como tarea.

E.4.6 Sesión 6: Razones trigonométricas.

Cálculo mental - Corrección de ejercicios - Dudas (30min)

Se inicia la sesión de aula con ejercicios de cálculo mental de repaso de los conceptos teóricos aprendidos. A continuación se corrigen en la pizarra los ejercicios de tarea. La dinámica de este período es que los estudiantes resuelvan los problemas en la pizarra y que los propios compañeros les corrijan. El papel del profesor será la de resolver dudas de los estudiantes.

Enseñanza de conceptos teóricos (20min)

Para la explicación teórica de las razones trigonométricas recordamos la actividad de recreación de la medición de la altura de las pirámides y hacemos juegos de divisiones entre las medidas que hemos tomado (Anexo B – apartado 6.1). Se pretende que cada uno de los estudiantes compruebe que determinadas divisiones siempre dan el mismo resultado, por lo que existe una razón para ello, la semejanza de triángulos.

A partir de la pregunta ¿sabríais decir con qué ángulo incide el sol? Se les introducen las razones trigonométricas básicas (seno, coseno y tangente) y su operativa para despejar el valor del ángulo con el uso de la calculadora.

Para afianzar lo explicado, se realizarán en la pizarra los ejercicios 31 a 34. Por último se indican los ejercicios de tarea para corregís la próxima sesión (35-38).

E.4.7 Sesión 7: Enigmas triangulares.

Resolución de problemas (50min)

La sesión actual se destina a tratar con los alumnos las estrategias de resolución de problemas de geometría. Para ello, primero se establecen las pautas que deben seguir en todos los ejercicios que impliquen el trabajo con triángulos. Una vez establecidas las pautas a seguir, se realizará una sesión en la que se corregirán los ejercicios de tarea indicados en la sesión anterior y se completarán los restantes ejercicios indicados para la sesión (39-42).

E.4.8 Sesión 8: La escala y la semejanza. PROYECTO 2.

Historia de la escala (10min)

En la segunda sesión de proyecto vamos a repasar y a poner en práctica lo aprendido poniendo en práctica a partir de una situación de la vida real. La sesión se inicia con una lectura didáctica sobre el origen y evolución de la escala y su importancia en el desarrollo de las artes plásticas y la arquitectura.

Trabajando con escalas y planos (40min)

Una vez leído el texto, se realiza un juego de rol-playing en el que se simula que los estudiantes son un conjunto de clientes que ha contratado a un arquitecto para que les diseñe una promoción de viviendas y han asistido a una reunión para ver el primer diseño (el profesor hace de arquitecto). Cada uno de los estudiantes dispone de un pliego de planos (Anexo F – apartado 9.1) y deben trabajar con ellos para conocer las medidas de la vivienda y responder algunas preguntas (43-49) basadas en los planos.

E.4.9 Sesión 9: Cuerpos Geométricos (1).

Cálculo mental (10min)

Actividad de cálculo mental y repaso de los conceptos aprendidos en las sesiones teóricas anteriores.

Enseñanza de conceptos teóricos (40min)

Sesión de aula tradicional en la que se verán los procedimientos de cálculo de volúmenes y áreas desarrolladas de cuerpos geométricos. La presente sesión se llevará a cabo mediante la resolución de ejercicios sencillos a partir de los cuales introducir la teoría dada en el punto 9.1 del Anexo B. Los ejercicios a desarrollar en clase son los referenciados como 50-56.

La docencia se llevará a cabo de manera participativa de los alumnos. Se plantearán los distintos problemas mencionados anteriormente y se permitirán lluvias de ideas de los alumnos-as. La resolución de los problemas será por parte de los estudiantes en la pizarra.

E.4.10 Sesión 10: Cuerpos Geométricos (2).

7.10.1 Cálculo mental (10min)

Actividad de cálculo mental y repaso de los conceptos aprendidos en las sesiones teóricas anteriores. Se incrementa el nivel de dificultad. Los ejercicios ya no son inmediatos, deberán aplicarse estrategias de resolución de problemas.

7.10.2 Resolución de problemas (40min)

Sesión de corrección de los ejercicios mandados de tarea a los estudiantes durante el fin de semana. Y se continúa con los ejercicios propuestos para el día de hoy (62-63). La sesión de resolución de ejercicios se plantea como la primera sesión de repaso en vistas del próximo examen a desarrollar.

Los ejercicios tienen un grado de dificultad mayor a los realizados hasta el momento. Se han escogido problemas que sirvan para repasar los conceptos geométricos básicos, a la vez que se trabaja con el último tema teórico de cuerpos geométricos.

E.4.11 Sesión 11: Midiendo nuestro colegio (1). PROYECTO 3.

7.11.1 Ejercicios: Midiendo nuestro colegio (50min)

Se lleva a los estudiantes al patio y se dividen en grupos compensados de 5-6 estudiantes. Ataviados con instrumentos de medición básicos (reglas, metros, cinta métrica, escuadra y cartabón) deben resolver problemas para los cuales deben tomar medidas sobre elementos reales existentes en el patio del colegio. Los instrumentos de medida son limitados para que cada una de las actividades permita que los estudiantes deban poner en práctica alguno de los conceptos teóricos aprendidos durante las clases teóricas (teoremas de Thales y Pitágoras, semejanza, trigonometría, figuras planas y volúmenes).

La confección de grupos de trabajo está encaminada a favorecer el trabajo colaborativo y el aprendizaje entre iguales. Se pretende que dentro de cada grupo, exista un número suficiente de estudiantes que permitan el intercambio de ideas y planificar estrategias divergentes y su puesta en práctica. A su vez, la coincidencia de estudiantes de distintas capacidades dentro de un grupo permite que unos alumnos-as expliquen el proceso de ejecución a los demás compañeros, favoreciéndose e intercambio de conocimientos.

Se espera que no siempre sean los alumnos aplicados los que lleven la voz cantante en los grupos. Para conseguir este fin, se nombrará como capitán de grupo a los alumnos con menor desempeño académico, de manera que sea el encargado de coordinar los trabajos a hacer para resolver el problema.

Con esto se busca que los alumnos menos académicos no se consideren los torpes o los inútiles, así como forzarlos a dar un paso al frente y a asumir un papel activo ante los problemas.

Las actividades planificadas para el presente proyecto (64-69) pueden consultarse en al Anexo F dentro del epígrafe sección 11. Las actividades están divididas en distintos grados de dificultad: 2 actividades fáciles (ejercicios de repetición), 2 actividades de dificultad media (ejercicios de consolidación) y dos actividades difíciles (ejercicios de reflexión).

El papel del profesor es la de controlar que los estudiantes realicen la actividad, resolver dudas, dar pistas encaminadas a la resolución de los ejercicios y, en caso de producirse, mediar en discusiones entre miembros de equipo.

E.4.12 Sesión 12: Midiendo nuestro colegio (2). PROYECTO 3.

Cálculo mental (10min)

Actividad de cálculo mental y repaso de los conceptos aprendidos en las sesiones teóricas anteriores. Se incrementa el nivel de dificultad. Los ejercicios ya no son inmediatos, deberán aplicarse estrategias de resolución de problemas.

Corrección de ejercicios: Midiendo nuestro colegio (40min)

En esta sesión se lleva a cabo una corrección de los ejercicios que se realizaron en el día de ayer. Al haber 6 grupos y 6 actividades, cada una de las actividades será realizada por cada uno de los grupos. Previo a la resolución de cada ejercicio se hará un pequeño debate en el que los alumnos plantearán qué problemas han tenido al realizar cada uno de los ejercicios, siendo los propios compañeros que los hayan solventado los que les explicarán como los hicieron.

Si el profesor detecta que alguno de los ejercicios ha presentado especiales dificultades, tomará la palabra y explicará los conceptos teóricos que deben haberse tenido en cuenta para la resolución de los problemas.

El final de la sesión se reservará para solventar dudas que no se hayan solucionado durante la explicación de los compañeros.

E.14.13 Sesión 13: Repaso: Las Torres KIO. PROYECTO 4.

La presente sesión se dedica a repaso de los conceptos y experiencias vividas durante las 3 últimas semanas. Para ello se le facilitará a cada estudiante un desplegable de una de las torres KIO, que deberá recortar y montar.

Puerta de Europa de Madrid (10min)

Previo a entregarles a los alumnos-as el recortable, deberán leer un texto introductorio sobre la historia y algunas anécdotas de las Torres KIO (Anexo F – Apartado 12.1). Una vez completada la lectura, se les entregará el desplegable para que lo monten.

¡Podemos medir la Torre KIO! (25min)

Una vez han construido las maquetas, deberán responder una serie de cuestiones (70-86). Dichas preguntas son de respuesta corta y necesitan de la interacción del alumno con la maqueta para poder responderlas. Las preguntas están redactadas para que sean de respuesta corta, pero dirigidas a poner en práctica la totalidad de los conocimientos que los estudiantes deben haber adquirido durante las últimas 3 semanas. Si bien, la respuesta no será tan inmediata como inicialmente parece.

Corrección del ejercicio (15min)

La corrección del ejercicio se realizará a mano alzada, es decir, se plantea la pregunta y se permite que los estudiantes respondan en voz alta y expliquen la razón de su respuesta. Los estudiantes que hayan fallado la respuesta y no entiendan la respuesta correcta deberán preguntar y será turno de los compañeros el responderle y solventar sus dudas. Si se ve que los compañeros no son capaces de solucionar las dudas, entonces participará y lo explicará él.

Preparación sesión de repaso (1min)

Se avisa a los estudiantes que la próxima sesión (próximo lunes) se dedicará a repasar y a solucionar sus dudas, por lo que se les insta a repasar los ejercicios de clase y los resúmenes de los videos de YouTube para preguntar dudas en la próxima sesión de aula.

E.4.14 Sesión 14: Repaso: Preparación de examen.

Última sesión de clases entes del examen. Se destina a resolver las dudas que los estudiantes planteen después de haber estudiado durante el fin de semana. En caso de que los estudiantes no planteen dudas, se realizarán ejercicios tipo a los que se han planificado para el examen a realizar en el día siguiente.

E.4.15 Sesión 15: Examen.

La sesión en la que se va a realizar el examen es justo después del recreo. Se cita a los alumnos directamente en el Aula de Usos Múltiples, donde se realizará la prueba. Se destina la hora completa para la realización del examen por parte de los estudiantes.

E.4.16 Sesión 16: Corrección del examen.

Corrección del ejercicio (25min)

Se dedica la sesión de aula a corregir en la pizarra el examen realizado y a repasar con los alumnos las calificaciones obtenidas en sus exámenes.

Exposición de trabajos grupales (25min)

Se dedica el final de la última sesión a que los estudiantes expongan a los demás compañeros su trabajo de investigación grupal. A cada grupo se le asignará un tiempo máximo de 5 minutos y los demás compañeros podrán preguntar dudas sobre el tema que les haya tocado explicar.

Los alumnos serán libres de presentar el trabajo como prefieran: Exposición, lectura de texto, realización de maquetas, demostraciones, etc.

E.5 EVALUACIÓN / CALIFICACIÓN DEL PROCESO DE APRENDIZAJE

La evaluación es parte integrante y fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje. Requiere obtener información de manera sistemática, que permita al profesor/a emitir un juicio valorativo sobre el ritmo del proceso de aprendizaje. Evaluar no es tarea fácil, sobre todo en lo relativo a aprendizajes a largo plazo. La evaluación debe extenderse no sólo a la adquisición de rutinas y hechos aislados, sino que debe recoger otros contenidos.

Según la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de educación secundaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, en su artículo 2.3:

> *"La evaluación será diferenciada según las distintas materias del currículo, por lo que observará los progresos del alumnado en cada una de ellas y tendrá como referente las competencias básicas y los objetivos generales de la etapa"*

Para describir el sistema de evaluación que emplearemos en nuestra propuesta de unidad didáctica, en primer lugar enunciamos los criterios de evaluación seleccionados, a continuación detallamos los instrumentos de evaluación que emplearemos y, finalmente, describimos los criterios de calificación de esos instrumentos.

E.5.1 Criterios de evaluación

Pueden extraerse de los criterios de evaluación para cada nivel y materia del Real Decreto 1631/2006. Los criterios de evaluación permiten valorar tanto el grado de adquisición de las competencias básicas como el de consecución de los objetivos (artículo 2.6). Los criterios de evaluación referentes del presente Proyecto – Unidad didáctica son:

- El alumno expresa los conceptos, procedimientos y terminología de los elementos geométricos del plano y el espacio; del cálculo de longitudes, perímetros, áreas y volúmenes; del teorema de Thales; del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas con propiedad.

- Identifica lugares geométricos sencillos como la mediatriz o la bisectriz.
- Identifica y determina la relación de los ángulos formados con dos rectas paralelas cortadas por una secante, entre ángulos de lados paralelos y de lados perpendiculares y entre complementarios, suplementarios e iguales.
- Calcula la amplitud de los ángulos de un polígono regular.
- Calcula el perímetro y el área de un triángulo, un cuadrado, un rectángulo, un rombo, un romboide, un trapecio, un polígono regular, un círculo, un sector circular, una corona circular y figuras compuestas.
- Calcula el volumen y el área del desarrollo de cuerpos geométricos: cubo, ortoedro, prisma, cilindro cono, pirámide, prisma trapezoidal y esfera.
- Conoce y utiliza el teorema de Thales para resolver problemas geométricos.
- Divide un segmento en partes proporcionales.
- Identifica triángulos en posición de Thales.
- Conoce y utiliza el teorema de Pitágoras para resolver problemas geométricos.
- Dados los lados de un triángulo distingue los que son rectángulos.
- Aplica los teoremas de Pitágoras y Thales para calcular indirectamente distancias inaccesibles y resolver problemas geométricos.
- Calcular distancias, áreas y volúmenes en mapas, planos y maquetas interpretando el concepto de escala.
- Conoce las razones trigonométricas básicas y la emplea para resolver problemas geométricos básicos.

E.5.2 Técnicas de evaluación

Para poder evaluar la consecución de los objetivos descritos en al apartado anterior, en todo momento:

- *Observación directa diaria:* Valoración de la actividad del alumno/a, de su interés y de su comportamiento ante la clase. Podemos evaluar su participación en clase, ya sea trabajando con sus compañeros (actividades por parejas o actividad grupal) o haciendo preguntas y sugerencias sobre el tema.
- *Revisión del trabajo diario:* Revisión periódica del cuaderno de trabajo, se observará que esté completo, aseado, con explicaciones razonadas, etc.

- *Corrección de trabajos:* Valoración de la realización de las tareas individuales de los alumnos/as (tareas para casa), o colectivos de investigación.
- *Prueba escrita:* Se realizará una prueba escrita al final de la unidad didáctica en la que se valoren de manera conjunta la consecución de los objetivos y las competencias descritos para esta unidad didáctica.

E.5.3 Instrumentos de evaluación

- *Observación actitudinal:* Con esta herramienta se evalúa la actitud del alumno en clase:
  - Participación activa en las actividades de aula-proyecto.
  - Interés y curiosidad por el aprendizaje de las materias.
  - Actitud positiva hacia el proceso de aprendizaje.
  - Clima de cooperación entre compañeros.
- *Cuaderno del estudiante: (ver Anexo F)* Esta herramienta-actividad evalúa:
  - Dominio de los contenidos planteados a través de la realización de las actividades.
  - Comprensión literal, interpretativa y valorativa.
  - Presentación y limpieza.
  - Realización de las actividades propuestas.
- *Trabajo de investigación grupal:* Con esta herramienta-actividad se evalúa:
  - Uso de la investigación como técnica para "aprender a aprender".
  - Utilización de un vocabulario adecuado según los contenidos de la unidad.
  - Habilidades de comunicación y expresión oral y escrita.
  - Uso de herramientas interactiva-manuales para facilitar la comprensión del público.
- *Prácticas grupales de clase:* Con esta herramienta-actividad se evalúa:
  - Actitud positiva ante la resolución de problemas.
  - Actitud positiva hacia el trabajo en grupo.
  - Escucha activa y respuesta empática.
  - Respeto hacia las opiniones de los demás.
- *Resúmenes de visionado de vídeos:* Con esta herramienta-actividad se puede evaluar:

  - Comprensión interpretativa y dominio de los contenidos de la Unidad Didáctica.
  - Dominio de la estrategia como técnica de estudio favorecedora del “aprender a aprender”.
  - Habilidades de comunicación y expresión oral y escrita.
- *Prueba escrita (examen):* Con esta herramienta-actividad se evalúa:
  - Dominio de los contenidos planteados a través de la realización de las actividades.
  - Comprensión literal, interpretativa y valorativa.
  - Realización de diferentes tipologías de actividades que favorezcan el análisis de los diferentes tipos de resolución de situaciones de aprendizaje.
  - Realización de las actividades propuestas.
  - Vocabulario utilizado.
- *Actividades voluntarias:* Con esta herramienta-actividad se puede evaluar:
  - Actitud positiva hacia la realización de actividades de manera autónoma.
  - Desarrollo de estrategias favorecedoras para “aprender a aprender”.
  - Interés hacia la asignatura.

E.5.4 Ponderación de los instrumentos de evaluación

Observación actitudinal	5%
Prácticas grupales de clase - proyectos	5%
Trabajo diario (Cuaderno del estudiante)	10%
Trabajos de investigación grupal	5%
Resúmenes de visionado de vídeos	5%
Prueba escrita (examen)	70%
Actividades voluntarias	+15% (sobre la nota del examen)

Rúbrica de evaluación. (Anejo 1).

La evaluación de los estudiantes se llevará a cabo según lo marcado en la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se establece la ordenación del proceso de aprendizaje del alumno de educación secundaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía. Según los artículos 2.2, 2.5 y 2.6 del citado decreto:

- La evaluación será continua en cuanto estará inmersa en el proceso de enseñanza y aprendizaje del alumno con el fin de detecta las dificultades en el momento en que se producen, averiguar sus causas y, en consecuencia, adoptar las medidas necesarias para que permitan al alumnado continuar su proceso de aprendizaje.
- La evaluación tendrá un carácter formativo y orientador del proceso educativo y proporcionará una información constante que permita mejorar tanto los procesos como los resultados de la intervención educativa
- El profesorado llevará a cabo la evaluación, preferentemente a través de la observación continuada de la evaluación del proceso de aprendizaje.

Para llevar a cabo la evaluación continua de los estudiantes, se ha desarrollado la rúbrica de evaluación disponible para su consulta en el Anejo 1. Dicha rúbrica sirve como soporte para anotar la valoración diaria de los instrumentos de valoración descritos en el apartado E.5.3.

Nótese que cada uno de los instrumentos tiene desglosados los sub-criterios de evaluación con que debe medirse cada uno. Cada uno de estos instrumentos serán evaluados de manera global cada día que se pongan en práctica, valorándose en función del nivel de logro (bueno, regular, malo) de cada uno de sus apartados. Se dará una nota global del conjunto que será apuntada en el día correspondiente de la rúbrica. Al finalizar el Proyecto – Unidad didáctica se aunará todas las valoraciones en una valoración global del proceso. Se premiará la evolución positiva en las valoraciones.

Las actividades de ejecución puntual: proyectos, ejercicios de investigación, examen y ejercicios voluntarios recibirán una valoración única en el momento de ejecución de la citada actividad, siendo anotada su valoración igualmente en la mencionada rúbrica.

La rúbrica será individualizada por estudiante y presentará unos criterios de evaluación comunes para todos ellos. Para ello, la rúbrica recogerá cada uno de los instrumentos de evaluación y se establecerán unos indicadores del nivel de logro conseguido, entendiéndose dicho novel de logro como bueno, regular o malo, en función del número de indicadores registrados en el trabajo del alumno. Puede consultarse la rúbrica de evaluación-calificación en el Anejo 1 del presente documento.

5.5 Criterios de calificación

Según la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de educación secundaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, en su artículo 5.4 se prescribe que los resultados de la evaluación de cada materia en los siguientes términos: Insuficiente (IN), Suficiente (SF), Bien (BI), Notable (NT) y Sobresaliente (SB), considerándose como calificación negativa el insuficiente y positivas todas las demás.

Estas calificaciones irán acompañadas de una calificación numérica, sin emplear decimales, en una escala del uno al diez, aplicándose en este caso la correspondencias: Insuficiente (1-4), Suficiente (5), Bien (6), Notable (7-8) y Sobresaliente (SB).

Para dar satisfacción a este requerimiento, la rúbrica de evaluación-calificación aportada en el Anejo 1 establece una equivalencia numérica a cada nivel de logro que, por medio de medias aritméticas permite la evaluación continua de cada uno de los instrumentos de evaluación. Al final del proceso re realizará la media ponderada de las calificaciones individuales de cada uno de los instrumentos de evaluación en función de la ponderación establecida en el apartado E.5.4.

El resultado consistirá en una nota numérica que será redondeada al alza o baja en función de la valoración de los instrumentos de evaluación: “evaluación actitudinal” y “Cuaderno del estudiante”. Es decir, se premiará a los estudiantes con una actitud positiva hacia el aprendizaje y que hayan demostrado un interés y trabajo constante.

E.5.6 Desarrollo del instrumento de evaluación: Prueba escrita (examen)

El examen de evaluación final se concibe como el instrumento de evaluación en el que se mide, de manera general el grado de asimilación de los contenidos por parte de los alumnos y permite aunar en un único instrumento todos los criterios de evaluación establecidos para el prese proyecto – unidad didáctica. Se aporta copia del instrumento de evaluación en el Anejo 2.

Es costumbre mayoritaria la reducción de la evaluación del alumno a la consecución positiva de una prueba escrita (examen). Entendemos que esta metodología de evaluación es contraria al requisito establecido por la normativa actual de evaluación continua del alumno. Para atender a este criterio de evaluación continua, en el apartado E.5.4 a la prueba escrita se le asignó un peso específico del 70% del total de la evaluación del estudiante.

Si bien en los demás instrumentos de valoración se trabajan sobre aspectos criterios de evaluación puntuales y en momentos aislados, por su especial naturaleza, la realización de una prueba final escrita debe tener en consideración la globalidad de los criterios de evaluación establecidos en el apartado E.5.1. Para atender a todos los criterios autoimpuestos, se han desarrollado dos tipos de ejercicios a resolver por los alumnos-as durante el examen:

- *Ejercicios de aplicación Teórico-Práctica:* Concretamente los ejercicios 1.A a 1.D. Conjunto de preguntas destinadas a la comprobación de la asimilación de los contenidos de índole teórica, mediante la realización de ejercicios inmediatos de aplicación práctica.
- *Ejercicios de Resolución de problemas:* Concretamente los ejercicios 2 a 4. Este tipo de ejercicios están destinados a comprobar la asimilación por parte de los alumnos-as de los procesos de resolución de problemas de naturaleza geométrica, así como a constatar la capacidad para recurrir correctamente a la aplicación de los teoremas estudiados en el bloque de contenidos de la geometría.

La combinación de ambos tipos de actividades en una misma prueba permite contemplar la totalidad de criterios de evaluación establecidos para el presente Proyecto – Unidad Didáctica.

ANEJO 1:

RÚBRICA DE EVALUACIÓN-CALIFICACIÓN	
FOTO	**ALUMNO/A:**
	ASISTENCIA: [ ]S1 [ ]S2 [ ]S3 [ ]S4 [ ]S5 [ ]S6 [ ]S7 [ ]S8 [ ]S9 [ ]S10 [ ]S11[ ]S12[ ]S13[ ]S14[ ]S15[ ]S16
	CALIFICACIÓN: [ ]0 [ ]1 [ ]2 [ ]3 [ ]4 [ ]5 [ ]6 [ ]7 [ ]8 [ ]9 [ ]10 *Calificación = (10·R1 + 10·R2 + 5·R3 + 5·R4 + 7·[R5+R6]) / 100*

R1. ACTITUD EN CLASE

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	*A=∑/dias*
S9	**S10**	**S11**	**S12**	**S13**	**S14**	**S15**	**S16**	**CALIFIC.** *A·10/4*
- Participación activa - Actitud positiva			- Interés y curiosidad - Clima cooperativo			Rellenar cada casilla con el número de afirmaciones		

R2. CUADERNO DEL ESTUDIANTE

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	*A=∑/dias*
S9	**S10**	**S11**	**S12**	**S13**	**S14**	**S15**	**S16**	**CALIFIC.** *A·10/4*
- Modelado de enunciados - Representación gráfica			- Limpieza en la resolución - Realización de tareas			Rellenar cada casilla con el número de afirmaciones		

R3. RESUMENES DE VIDEOS

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	*A=∑/dias*
S9	**S10**	**S11**	**S12**	**S13**	**S14**	**S15**	**S16**	**CALIFIC.** *A·10/5*
- Modelado de enunciados - Representación gráfica - Limpieza en la resolución			- Anotaciones propias - Realización de resúmenes y/o ejercicios.			Rellenar cada casilla con el número de afirmaciones		

R4. TRABAJO INVESTIGACIÓN

- Se han investigado varias fuentes para realizar el trabajo	[ ] Si [ ] No	*A=∑/días*
- El trabajo recoge el funcionamiento y/o la explicación del Aparato y/o fenómeno que deben explicar	[ ] Si [ ] No	
- Se hace referencia a los conceptos matemáticos implicados	[ ] Si [ ] No	
- Se emplean términos matemáticos en la explicación del trabajo	[ ] Si [ ] No	**CALIFIC.**
- Se comunica a la clase de manera clara y amena	[ ] Si [ ] No	*A·10/7*
- La explicación se apoya en la puesta en práctica de experimentos, proyecciones, etc. que sirvan para aclarar lo expuesto	[ ] Si [ ] No	
- El estudiante participa en la exposición oral	[ ] Si [ ] No	

R5+R6. EXAMEN + PRÁCTICAS VOLUNTARIAS

La calificación obtenida por el alumno en la prueba escrita es:

[ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10

A=examen

$B=\frac{\sum act \cdot 1,5}{N^{*} \cdot 10}$

CALIFIC.

A·(10-B)+B

ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7	ACT8
ACT9	**ACT10**	**ACT11**	**ACT12**	**ACT13**	**ACT14**	**ACT15**	**ACT16**

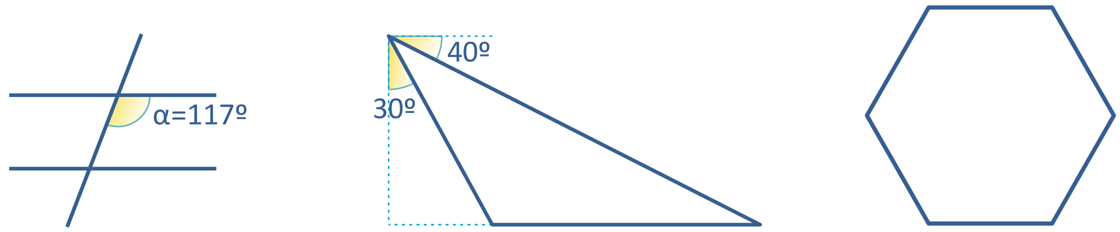
R7. OBSERVACIONES

ANEJO 2: PRUEBA ESCRITA DE EVALUACIÓN (EXAMEN)

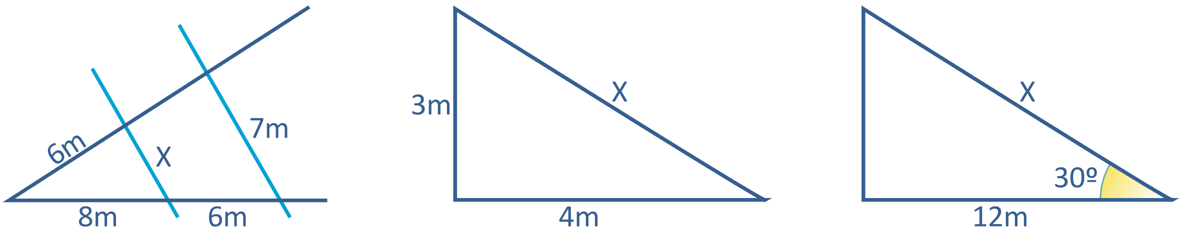
ALUMNO:	AULA:	Pruebas voluntarias	Nota Examen	Calificación Final

EJERCICIO 1: Aplicaciones de la teoría. (2,00 puntos)

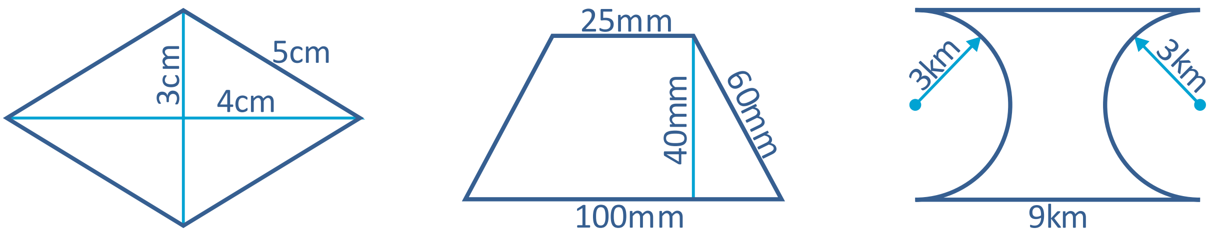
a) *Indica el valor de la apertura de cada uno los siguientes ángulos: (0,50 ptos)*



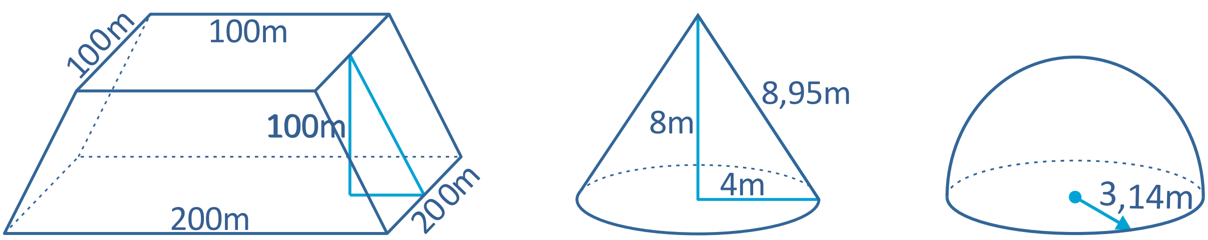
b) *Calcula el valor de X en cada una de las siguientes figuras: (0,50 ptos)*



c) *Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras: (1,00 ptos.)*

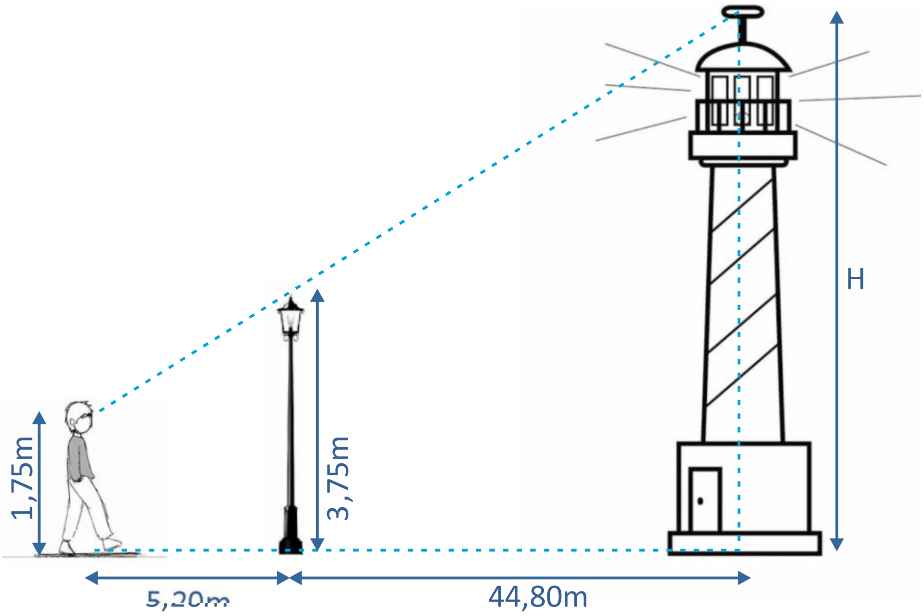


d) *Calcula el volumen de las siguientes figuras: (1,00 ptos.)*



EJERCICIO 2: Teorema de Thales. (2,00 puntos)

Un día andando por la calle, Adrián quiso saber la altura del faro. Situándose a 5,20 metros de la farola la visual del punto más alto de la farola y del faro coincidían. Midió las distancias que le eran accesibles y dibujó el esquema de la izquierda. ¿Cuánto mide el faro?

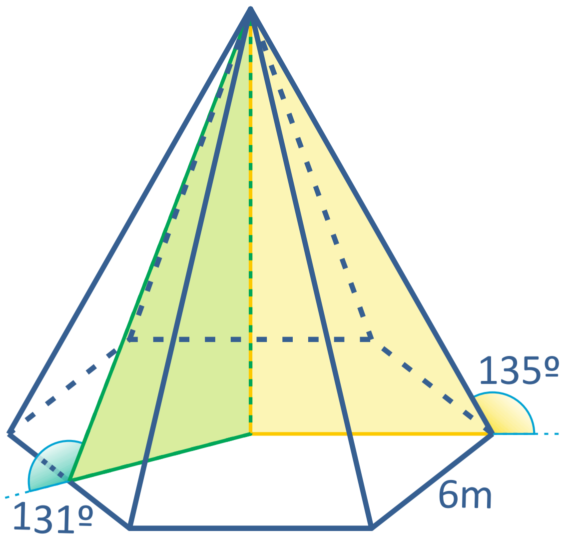


EJERCICIO 3: Teorema de Pitágoras. (2,50 puntos)

Dos torres de 30 y 40 metros están separadas por una plaza de 60 metros que tiene una fuente en su interior. De lo alto de cada una de las torres han salido dos palomas que han recorrido la misma distancia para llegar a la fuente a beber. ¿A qué distancia está la fuente de cada torre?

EJERCICIO 4: Teorema de Pitágoras + Trigonometría + Áreas y Volúmenes. (2,50 puntos)

Calcula el volumen y el área del desarrollo de las caras de una pirámide recta de base hexagonal, de la que sabemos que cada uno de los lados de la base tiene una longitud de 6 metros, que la inclinación de las aristas es de 135º y la de las caras laterales de 131º, ambos ángulos medidos desde el exterior.



ANEXO F:

CUADERNO DEL ESTUDIANTE
(VERSIÓN PREVIA)

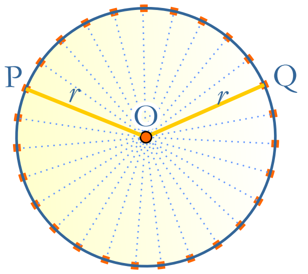
Versión preliminar desarrollada para la unidad didáctica previa y ensayada durante el período de prácticas en centros de educación secundaria.

PROYECTO: ¿CÓMO MEDIMOS NUESTRO MUNDO?

GILMORE

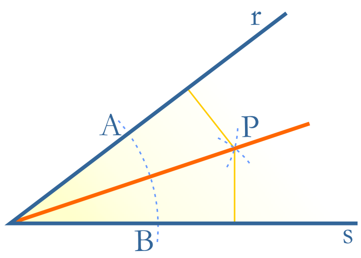
1.1 Tema de expertos 1: *Lugar geométrico*

Un lugar geométrico es un conjunto de puntos, los cuales **cumplen una determinada propiedad**, es decir, todos ellos cumplen una misma condición dada previamente. Posiblemente esta definición no te haya aclarado mucho, pero vamos a ver los ejemplos mas habituales, verás como te resulta mucho mas sencillo:



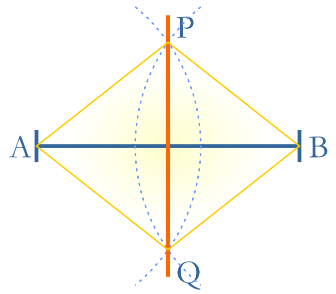
$r = d(P,O) = d(Q,O)$

Una **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos que **equidistan de uno fijo** central llamado centro (O). La distancia de cada uno de los puntos a dicho centro se denomina radio (r). El área encerrada dentro de una circunferencia se denomina círculo.



$d(P, r) = d(P, s)$

La **bisectriz** de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos que **equidistan de los lados.** La unión de todos estos puntos genera una recta que divide dicho ángulo en **dos mitades iguales.**

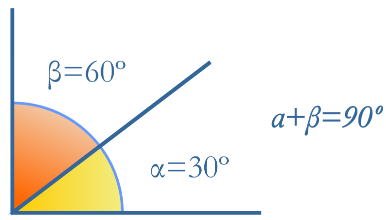


$d(P, a) = d(P, B)$ *y* $d(Q, a) = d(Q, b)$

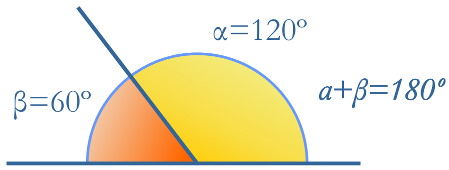
La **mediatriz** es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos del segmento. La unión de todos estos puntos es una **recta perpendicular** al segmento que lo divide en **dos mitades iguales.**

1.2 Tema de expertos 2 y 3: *Propiedades de los ángulos*

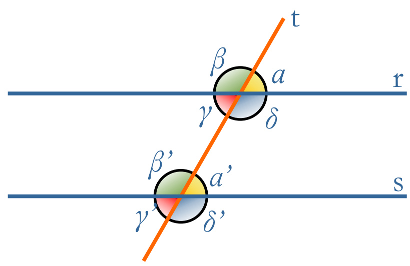
Un **ángulo** es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con **origen común.** A las semirrectas se las llama **lados** y al origen común **vértice.** Para medir ángulos utilizamos el **grado sexagesimal (°)** Grado sexagesimal es la amplitud del ángulo resultante de dividir la circunferencia en 360 partes iguales. Estas son algunas características de los ángulos que debes conocer:



Cuando la suma de dos ángulos es equivalente a un único ángulo de 90°, esos dos ángulos son **ángulos complementarios.**



Cuando la suma de dos ángulos es equivalente a un único ángulo de 180°, esos dos ángulos son **ángulos suplementarios.**



Cuando una recta secante corta a dos rectas paralelas, los ángulos generados cumplen las reglas de igualdad y suplementariedad.

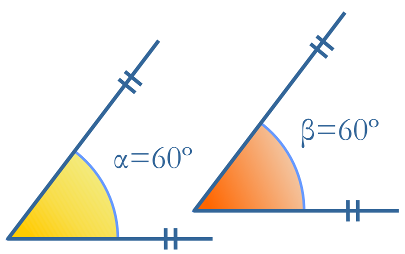
Dos ángulos opuestos por el vértice con lados paralelos son iguales:

$$a = \gamma \;;\; a' = \delta' \;;\; \beta = \delta \;;\; \beta' = \delta'$$

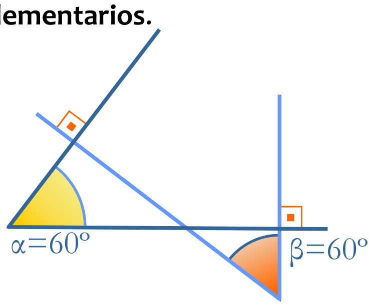
Dos ángulos de lados paralelos que no comparten vértice también son iguales:

$$a = \gamma = a' = \gamma' \;\; y \;\; \beta = \delta = \beta' = \delta'$$

Un conjunto de cuatro ángulos consecutivos siempre suma 360°.



Cuando dos ángulos tienen lados paralelos, la medida de su abertura es igual. Esto hace que dichos ángulos sean **ángulos iguales.**



Dos **ángulos** son **perpendiculares** si dos tienen lados perpendiculares entre sí dos a dos. La abertura de dichos ángulos es también igual.

1.3 Tema de expertos 4: *Polígonos convexos y regulares*

Un polígono es una figura plana compuesta por una **secuencia finita de segmentos rectos consecutivos** que cierran una región en el plano. Estos segmentos son llamados **lados,** y los puntos en que se intersecan se llaman **vértices.**

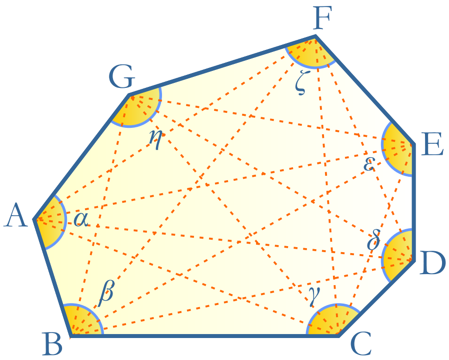
Un **polígono convexo** es una figura en la que **todos los ángulos** interiores miden **menos de 180º**.

Todos los triángulos son polígonos convexos.

En un polígono convexo todas sus **diagonales son interiores**, es decir, las diagonales **no cortan lo lados.**

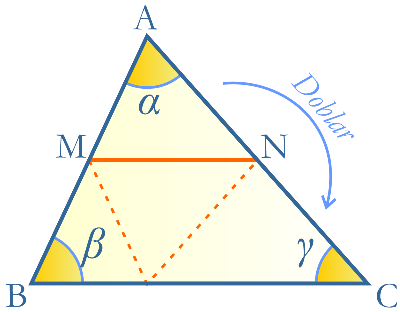
En un polígono convexo, todos los **vértices "apuntan" hacia el exterior** del polígono.

Todos los polígonos regulares son convexos. Todos los lados y los ángulos de un polígono regular son iguales entre sí.



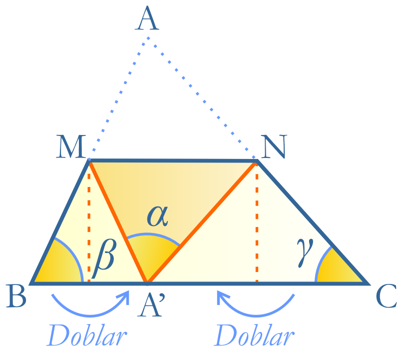
A, B, C, D, E, F, G, son los vértices
α, β, γ, δ, ε, ζ, η, son los ángulos
Las diagonales se representan con -----

1.4 Tema de expertos 4: *Suma de los ángulos de un triángulo*



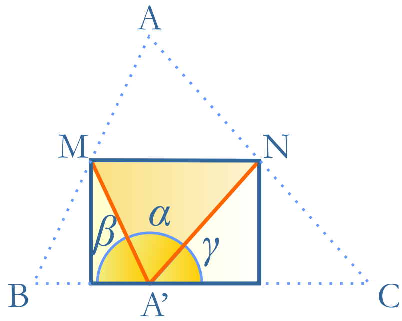
Para comprobar la medida de la suma de los ángulos de un triángulo podemos hacer una pequeña manualidad que nos va a servir como demostración:

Primero recortamos un triángulo cualquiera en un trozo de papel, sirva de ejemplo el que se muestra en la figura superior.



Luego doblamos el triángulo por la mitad. Los puntos M y N son los puntos medios de cada uno de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$. Para obtenerlos trazamos la mediatriz de dichos segmentos.

Al doblar el triángulo hemos trasladado el ángulo α y lo hemos colocado sobre la base del trapecio que se nos genera.



Dentro de ese trapecio nos aparecen dos triángulos isósceles. Cada uno de ellos los vamos a doblar por la mitad para conseguir que el trapecio se quede en un rectángulo.

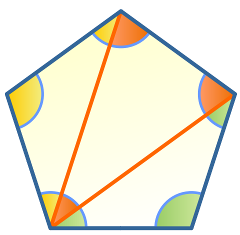
Como podemos ver, los ángulos originales del triángulo coinciden en el punto A' y son suplementarios entre sí. **La suma de los ángulos de un triángulo es siempre 180ª**

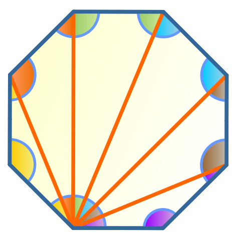
1.5 Tema de expertos 6: *Suma de los ángulos de un polígono*

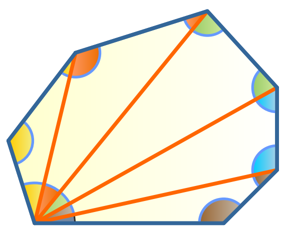
Para comprobar la medida de la suma de los ángulos de un polígono, vamos a trabajar con una magnitud que conocemos, el triángulo.

Cualquier polígono convexo puede dividirse en un número determinado de triángulos. Probemos a dividir varios polígonos trazando las diagonales desde un vértice.

El número de triángulos obtenido siempre será el número de **vértices o lados menos dos.**


lados = ángulos = 5
división en triángulos = 3
Σángulos = 180x3= 540º

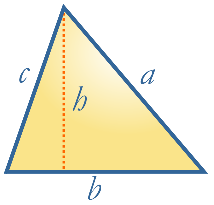
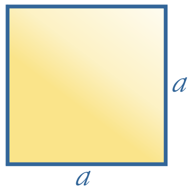
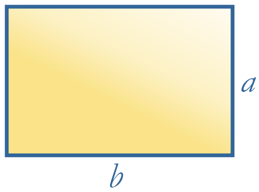
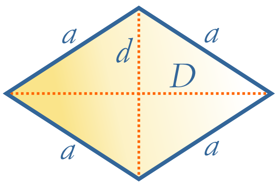
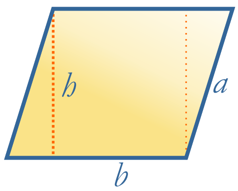
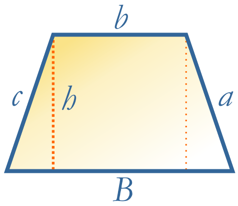
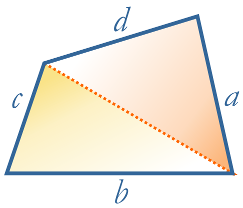
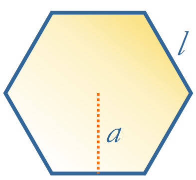

lados = ángulos = 8
división en triángulos = 6
Σángulos = 180x6= 1080º


lados = ángulos = 7
división en triángulos = 5
Σángulos = 180x5= 900º

Como sabemos que los ángulos de un triángulo siempre suman 180º, la suma de los **ángulos de un polígono convexo** es: $S_{tot} = (n-2)\cdot 180º$

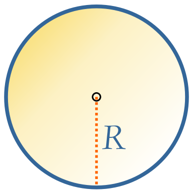
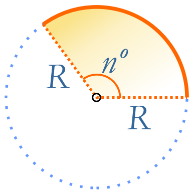
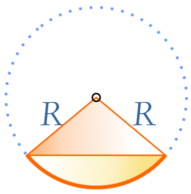
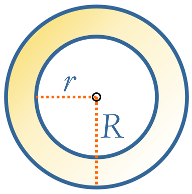
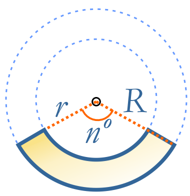
Además, un polígono regular tiene todos los ángulos iguales, por lo que la medida del **ángulo de un polígono regular** es: $S_{ang} = [(n-2)\cdot 180º]/n$

2.1 Áreas y perímetros de polígonos

POLÍGONO	FIGURA	ÁREA	PERÍMETRO
Triángulo		$A = \frac{b \cdot h}{2}$	$P = a + b + c$
Cuadrado		$A = a \cdot a = a^2$	$P = a + a + a + a = 4a$
Rectángulo		$A = a \cdot b$	$P = a{+}a{+}b{+}b = 2(b{+}a)$
Rombo		$A = \frac{D \cdot d}{2}$	$P = a + a + a + a = 4a$
Romboide		$A = a \cdot b$	$P = a{+}a{+}b{+}b = 2(b{+}a)$
Trapecio		$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$	$P = a + a + a + a = 4a$
Trapezoide		$A =$ *Suma del área de los triángulos*	$P = a + b + c + d$
Polígono Regular		$A = \frac{P \cdot a}{2}$	$P = n \cdot l$ $n = n^o$ lados

SESIÓN 2: Áreas de figuras planas

2.2 Áreas y longitudes de figuras circulares

POLÍGONO	FIGURA	ÁREA	LONGITUD
Círculo y Circunferencia		*círculo:* $A = \pi R^2$	*circunferencia:* $L = 2 \pi R$
Sector circular y Arco		*sector circular:* $A = \frac{\pi R^2}{360} \cdot n^o$	*arco de circunferencia:* $L = \frac{2 \pi R}{360} \cdot n^o$
Segmento circular		$A = A_{sector} - A_{triángulo}$	-
Corona circular		$A_{corona} = \pi (R^2 - r^2)$	-
Trapecio circular		$A = \frac{\pi (R^2 - r^2)}{360} \cdot n^o$	-

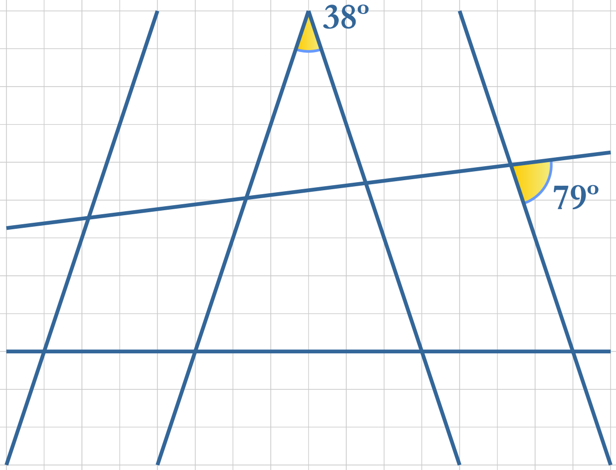
01 Dibuja un exágono y todos sus ángulos. ¿Cuánto suman entre sí todos sus ángulos?.

02 ¿Cuánto miden la abertura de cada uno de los ángulos de un heptágono regular?

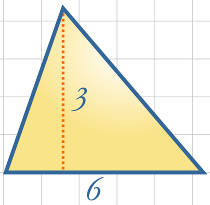
03 ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyos ángulos miden todos 144º?

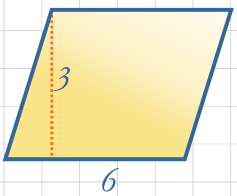
04 Dibuja tres rectas paralelas cortadas por una secante y en indica cuáles de los ángulos que se forman son iguales

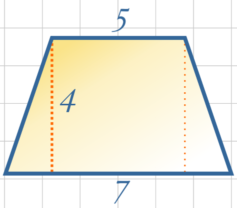
05 Calcula mentalmente la abertura de cada uno de los ángulos de la siguiente figura e indícalos.

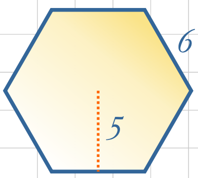


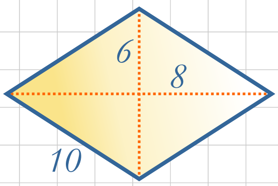
06 Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras geométricas:



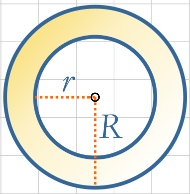


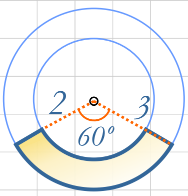






07 Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras geométricas:





3.1 El cálculo de la altura de la Pirámide de Keops

En la Necrópolis de Guiza en Egipto, la más antigua de las siete maravillas del mundo y la única que aún se conserva, se encuentran las famosas pirámides construidas por los faraones de la cuarta dinastía, Keops, Kefrén y Micerino: Jufu (Keops), también conocida como la Gran Pirámide, Jafra (Kefrén) y, algo más pequeña, Menkaura (Micerino).

Cuenta la leyenda relatada por Plutarco que Thales de Mileto, uno de los llamados siete sabios de Grecia, durante uno de sus viajes a Egipto se encontró cierto día visitando la Necrópolis con el joven e inquieto Rey de Egipto, quien deslumbrado por la fama y sabiduría de Tales, le preguntó si podía medir la altura de la majestuosa pirámide de Keops que se levantaba ante ellos.

Era por la mañana, muy temprano, y acababa de salir el sol por el horizonte. Es sabido que a esa hora las sombras que las personas y los objetos proyectan son muy largas, luego se acortan a medida que avanza el día, sobre todo al mediodía, y ya por la tarde empiezan de nuevo a alargarse. Ante la pregunta del Rey, Tales reflexionó unos instantes y le contestó que no solo la calcularía, sino que incluso la mediría sin ayuda de ningún instrumento.

Dicho esto, tomó un bastón de madera, lo colocó en posición vertical, trazó un círculo de radio igual a la altura del bastón, y se puso a esperar. Como todavía era muy pronto, la sombra proyectada por el bastón vertical superaba mucho la longitud de la circunferencia, pero a medida que avanzaba el día esa sombra se fue acortando. Cuando su longitud se hizo igual que la del radio, Thales le dijo al Rey:

"Ahora ya es muy fácil conocer la altura de la pirámide, sólo tenemos que medir la longitud de su sombra".

3.2 Las figuras semejantes

En lenguaje cotidiano, cuando se habla de semejanza, casi siempre se hace referencia al concepto más general de parecido: color "parecido", tamaño "parecido", forma "parecida", etcétera.

En cambio, en matemática el concepto de semejanza está muy ligado al concepto de proporcionalidad; por ello se dice que **dos objetos son semejantes si "tienen" una proporción entre ellos.**

La proporción entre dos figuras semejantes y entre sus partes se denomina **razón de semejanza (k).**

Teniendo en cuenta la definición de semejanza, ¿son semejantes los minions o son parecidos?

Los minions son parecidos, pero no semejantes

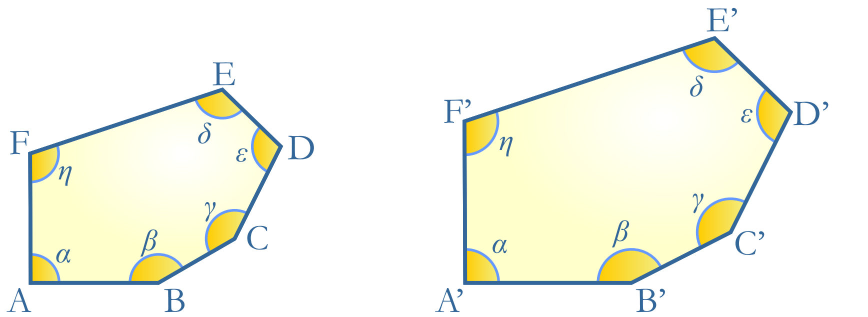
Girar o mover una figura no altera sus proporciones, por lo que figuras con tamaños o posiciones diferentes son semejantes si son proporcionales entre ellos. Entonces, ¿Son semejantes estos caramelos?:

Los caramelos morados son semejantes
Los caramelos azules no son semejantes

3.3 Polígonos semejantes

Dos polígonos son semejantes si los **ángulos** de uno son **iguales** a los ángulos correspondientes del otro y los **lados** correspondientes son **proporcionales.**

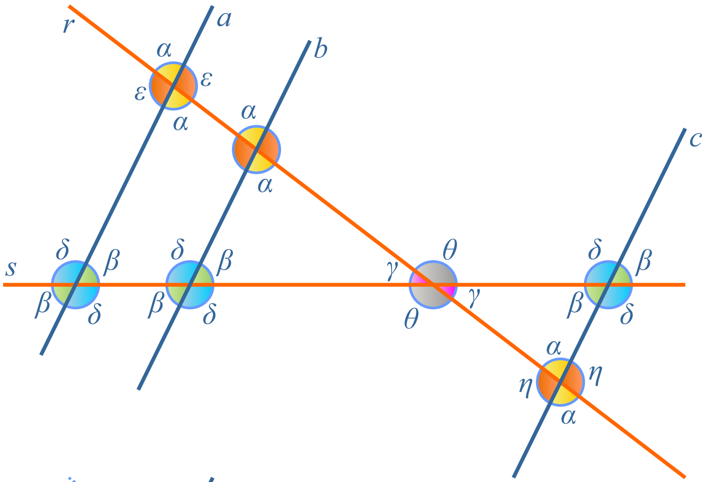
Si un polígono es proporcional a otro y se encuentra movido, girado, etc. No se invalida la semejanza entre ellos.

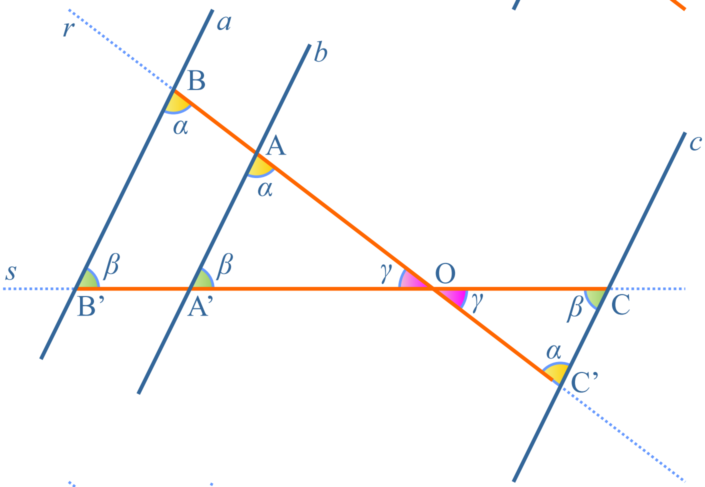


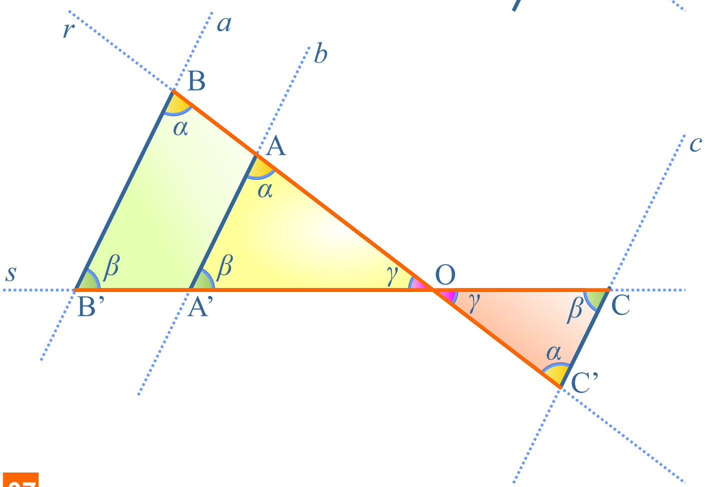
Los ángulos del polígono de la izquierda son iguales que los del polígono de la derecha

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EF}{E'E'}=\frac{FA}{F'A'}=k$$

3.4 Teorema de Thales - Semejanza de triángulos







Durante la puesta en común del primer día aprendimos que un grupo de rectas paralelas, cortadas por otras no paralelas, establecen una serie de relaciones de igualdad, suplementariedad y homología entre sus ángulos.

¿Sabrías decir porqué los ángulos de la primera figura de la izquierda son iguales, homólogos y suplementarios entre ellos?

Thales de Mileto, antes de ser capaz de medir la altura de la pirámide, se dio cuenta que en estas csonfiguraciones de rectas se da una característica de gran importancia en el trabajo con figuras semejantes.

Esta propiedad, que se conoce como la **Primera regla de Thales** dice que si dos rectas cualesquieras (*r y s*) se cortan por varias rectas paralelas (*a, b, c*), **los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.**

Esta propiedad podemos comprobarla en la segunda imagen. Si medimos sobre la figura podremos comprobar que se cumple:

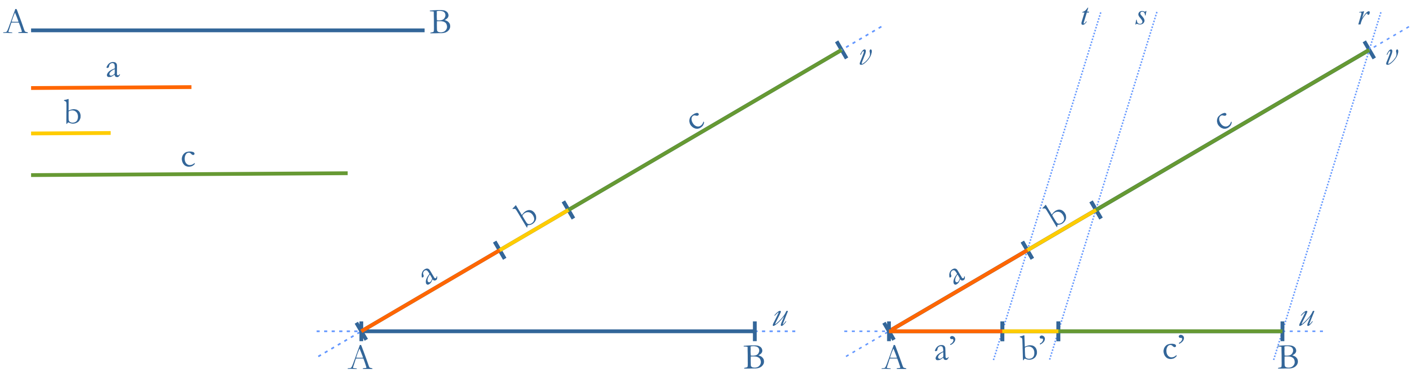
$$\frac{OA}{OA'}=\frac{OB}{OB'}=\frac{OC}{OC'}=k$$

$$\frac{OA}{AA'}=\frac{OB}{BB'}=\frac{OC}{CC'}=k$$

$$\frac{OA'}{AA'}=\frac{OB'}{BB'}=\frac{OC'}{CC'}=k$$

Si encerramos el área dentro de cada uno de los segmentos que unen los puntos con el origen, se nos genera un grupo de triángulos. Los triángulos OAB OA'B' y OA''B'' son también proporcionales. Esta disposición de triángulos se conoce como **Triángulos en posición de Thales.**

3.5 División de segmentos en partes proporcionales



El teorema de Thales, podemos utilizarlo para multitud de aplicaciones. Una de las mas interesantes es que podemos dividir cualquier segmento en partes proporcionales o iguales. Para ello, debemos seguir los siguientes pasos:

1. Colocamos nuestro segmento AB sobre una línea cualquiera *u*.

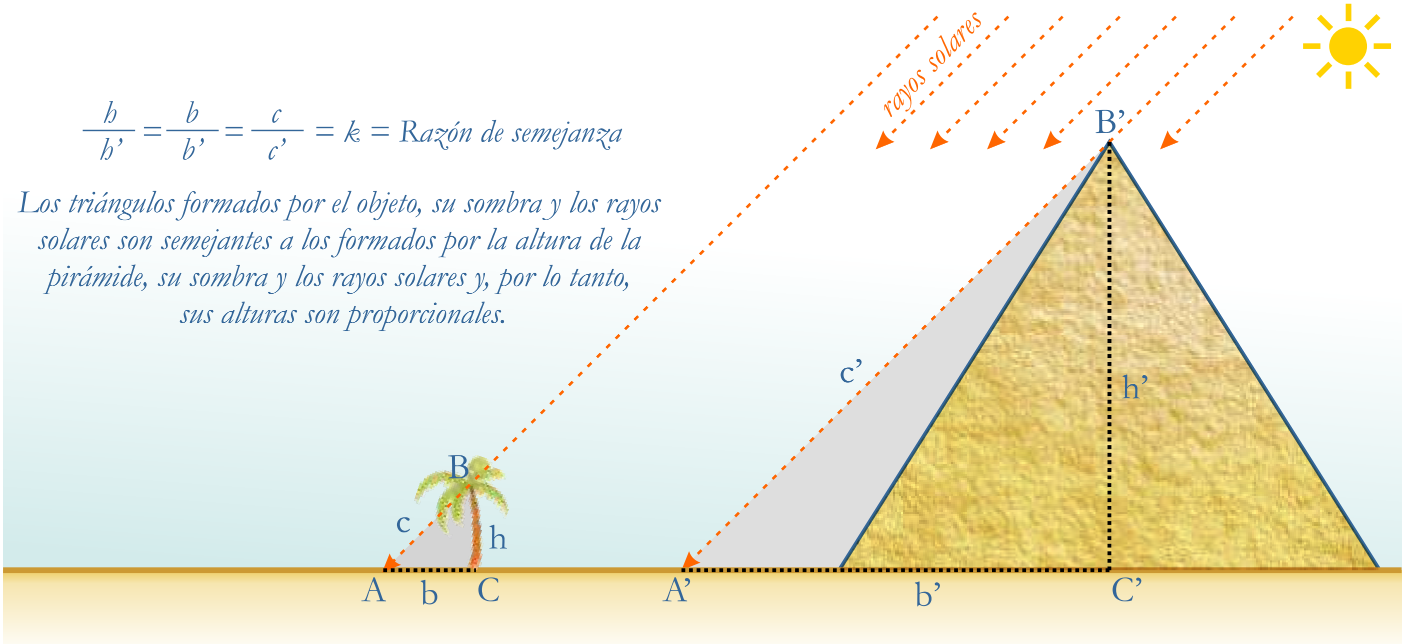
2. En uno de los extremos de nuestro segmento $\overline{AB}$ trazamos una recta auxiliar *v* sobre la que colocamos nuestros segmentos a, b, c..., uno a continuación del otro.

3. Trazamos una recta *r* que una el extremo final del último segmento con el segundo de los extremos del segmento $\overline{AB}$.

4. Trazamos paralelas a r por cada uno de los finales de los segmentos a, b, c...

Para dividir un segmento en partes proporcionales seguimos el mismo procedimiento, colocando n segmentos iguales sobre la recta *v*, tantos como partes en que queremos dividir el segmento $\overline{AB}$.

3.6 Cálculo de distancias inaccesibles



En la vida diaria, en multitud de ocasiones, se puede aplicar el teorema de Thales para el cálculo de distancias cuando uno de los extremos es inaccesible; por ejemplo: medir la altura de un árbol, de una catedral o, como vimos al principio, de una pirámide de Egipto.

Para poder medir estas alturas podemos recurrir al teorema de Thales y a la semejanza de triángulos. Como podemos ver en la figura de la derecha, los rayos solares son paralelos, por lo que dos objetos que están bañados simultáneamente por la misma luz del sol proyectan su sombra con el mismo ángulo.

Como el ángulo que forman los rayos con la sombra arrojada es idéntico, al ser las alturas de un objeto y la pirámide proporcionales, la longitud de sus sombras serán también proporcionales.

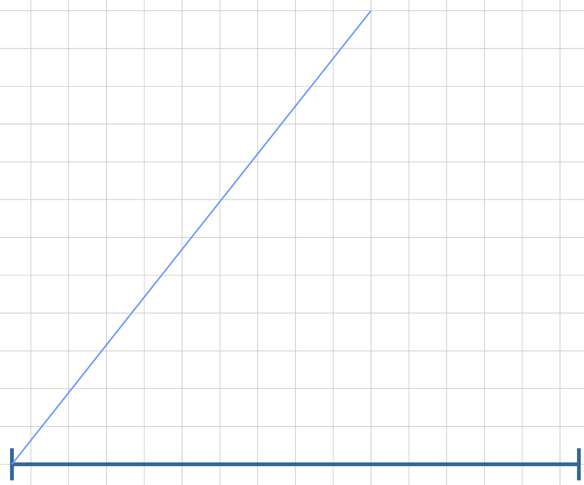
La proporcionalidad se mantendrá sea cual sea el objeto que se utilice para la medición indirecta.

08 Hemos ido de viaje a Egipto a visitar la pirámide de Keops. Queremos saber la altura que tiene y nuestro guía “Al-Sakad Meted” nos ayuda ofreciéndose como muestra. Sabiendo que mide 175,00cm y que su sombra es de 146,60cm, ¿cuánto mide la pirámide si su sombra en ese momento es de 122,80 metros?

09 Sara está en una foto con su padre Ismael; en la foto Sara mide 3cm y su padre 3,5cm. SI en la realidad Sara mide Ismael mide 1,75m, ¿cuánto mide Sara?

10 ¿Por qué los polígonos regulares son siempre semejantes?

11 Divide el segmento $\overline{AB}$ en partes proporcionales a tres segmentos de 1, 2 y 3 cm



SESIÓN 3: Teorema de Thales

12 Sabiendo que la sombra de una persona de 1,85m mide 120cm, ¿cuánto mide el minotauro si en el mismo momento su sombra mide 14,90m?

13 En el año 2009 el Xerez C.D. ascendió por primera vez a Primera división. Para conmemorar este hecho, el Ayuntamiento decidió vestir al minotauro con los colores del equipo. Para ello se encargó una equipación lo suficientemente grande. Si para la equipación de una persona de 1,70m se necesitan 3,00m^2 de tela, ¿cuantos metros cuadrados fueron necesarios para vestir al minotauro?

14 Si para una equipación de una persona de 170cm se emplea un pliego de tela de 1x3m, ¿que dimensiones debía tener el pliego para la equipación del minotauro?

15 Calcula el área de un exágono de lado 6m y apotema 4m, ¿cuánto medirá el área de un exágono de lados 3 veces mayor? ¿y sus ángulos?

4.1 Historia de la cámara oscura y el origen de la fotografía

Las cámaras fotográficas y de vídeo tal como las conocemos hoy en día, han tenido un proceso de evolución de siglos. En un principio la cámara se describió como un fenómeno óptico que luego fue utilizado como ayuda para pintores y arquitectos y que se basa en conceptos fundamentales de la matemática y la física: la semejanza y la cámara oscura.

La primera referencia que disponemos acerca de la mención de un fenómeno basado en la semejanza y la cámara oscura datan del siglo V a.C. El filósofo chino Mo-Ti, describe una imagen invertida que se forma al pasar la luz por un pequeño agujero en una habitación oscura. El llamó a esta habitación: “el lugar de recoger” o “la habitación de tesoro encerrado”.

El principio físico en el que está basado el cuerpo de las cámaras oscuras fue descrito por Aristóteles con estas palabras: "Los rayos de Sol que penetran en una caja cerrada a través de un pequeño orificio sin forma determinada practicado en una de sus paredes forman una imagen en la pared opuesta cuyo tamaño aumenta al aumentar la distancia entre la pared en la que se ha practicado el orificio y la pared opuesta en la que se proyecta la imagen”.

Nótese que esta definición es literal a la definición de homotecia en el espacio, en este caso inversa, actuando la pequeña perforación como centro de homotecia. Nótese igualmente que la imagen proyectada en la pared interior es semejante a la imagen exterior.

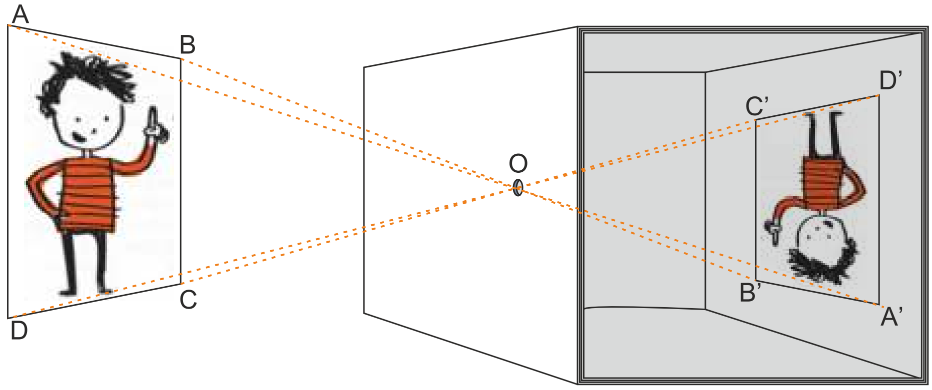


Figura 1. Semejanza en una cámara oscura

Dentro de nuestro tópico es de vital importancia la figura del matemático árabe Abu Ali Ibn al-Hasam (965–1039), llamado en Occidente Alhazen. Su libro más importante es el Tesoro de la Óptica, en la que estudia, entre otros la aplicación de la homotecia para explicar el desarrollo de un instrumento de gran valor estratégico y militar: la cámara oscura y su puesta en relación con el funcionamiento del ojo y las lentes ópticas. En sus textos resolvió el debate entre Euclides, Ptolomeo y otros matemáticos helénicos que sostenían que la luz viajaba desde el ojo al objeto observado frente a Aristóteles y los atomistas que sostenían lo contrario. Alhazen invitó a los incrédulos a mirar directamente al Sol y demostró que la luz parte de un lugar fuera del ojo humano y entra en él, explicación por la que Alhazen es considerado el inventor del método científico para conocer el mundo.

Durante la Edad Media, Roger Bacon (1210 -1292) continuó con los estudios de Alhazen en relación a la reflexión y refracción de la luz y, aunque conocía la existencia de la cámara oscura, no llegó a describir ninguna. Fruto de este estudio, en el año 1266 Bacon talló las primeras lentes con la forma de lenteja que ahora conocemos (de ahí su nombre). En su libro Opus maius, Bacon describe claramente las propiedades de una lente para amplificar la letra escrita y escribe: "Esta ciencia es indispensable para el estudio de la teología y del mundo... Es la ciencia de la visión y un ciego, se sabe, no puede conocer nada de este mundo." Algunos consideran que Bacon fue el inventor de los anteojos. Comprobó que las personas que ven mal pueden volver

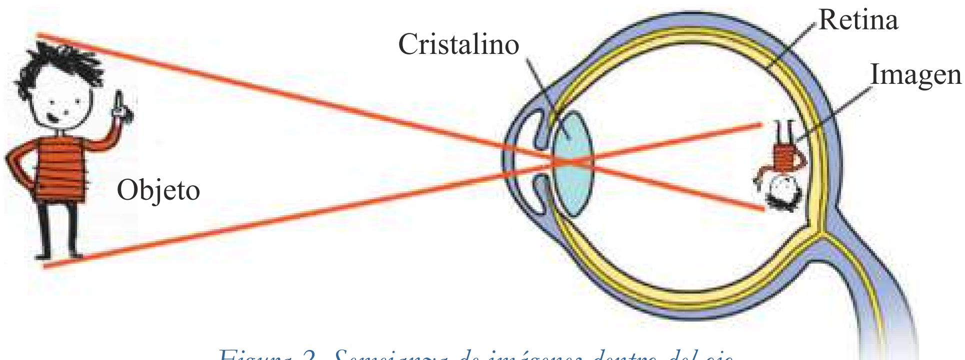


Figura 2. Semejanza de imágenes dentro del ojo

a ver las letras si utilizan vidrios tallados. Se dice que aconsejaba su uso a los ancianos y a las personas de vista débil. El invento de las lentes resultará de gran utilidad para el desarrollo de instrumentos ópticos y fue pieza clave para la evolución de la cámara oscura.

El funcionamiento y concepción de la cámara oscura permanece casi invariable hasta el año 1685, año en el que Johann Zahn (1631—1707) publica su obra Oculus Artificialis Teledioptricus Sive Telescopiu donde recoge estos tipos de cámaras oscuras y explica su modelo, que permaneció invariable hasta la invención de la fotografía en el siglo XIX. En este modelo, un espejo inclinado refleja la imagen proyectándola sobre un papel colocado sobre el cristal situado en la parte superior de la cámara. La lente está situada en el extremo de un tubo que se desliza dentro de otro para poder enfocar a diferentes distancias.

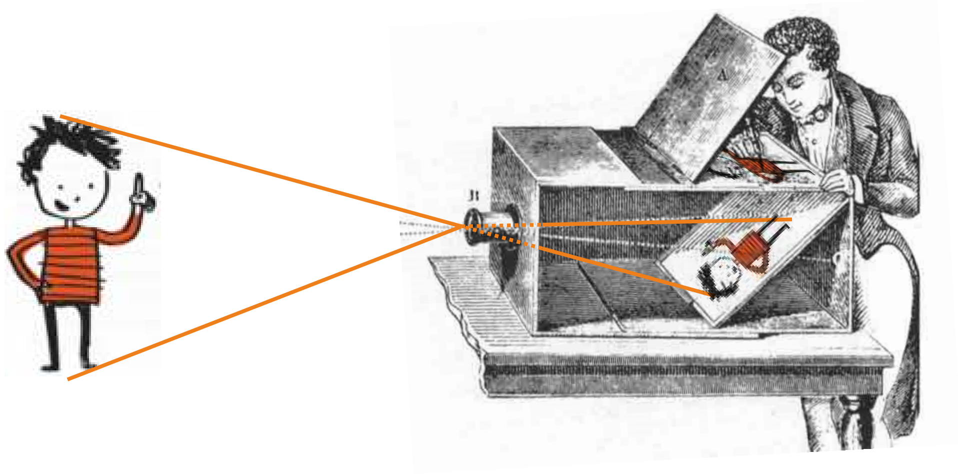


Figura 3. Cámara oscura de Johann Zahn

En relación con el arte del siglo XVII, existen numerosos estudios que tratan de implicar el uso de la cámara oscura con la pintura holandesa de este siglo debido a su "apariencia de realidad". Aunque no existen testimonios contundentes acreditando la utilización sistemática de la cámara oscura por los grandes artistas, su uso por viajeros y dibujantes está perfectamente documentado a los largo de todo el siglo XVIII y XIX hasta la aparición de la fotografía. La construcción de cámaras oscuras se generalizó en el siglo XIX y fueron la aportación tecnológica inmediata para la invención de la fotografía. De hecho, se sabe que el inventor de la fotografía, Nicéphore Niepce (1765-1833), había comprado en 1826 una cámara oscura con lente de menisco en la óptica que los ingenieros Chevalier tenían en Paris.

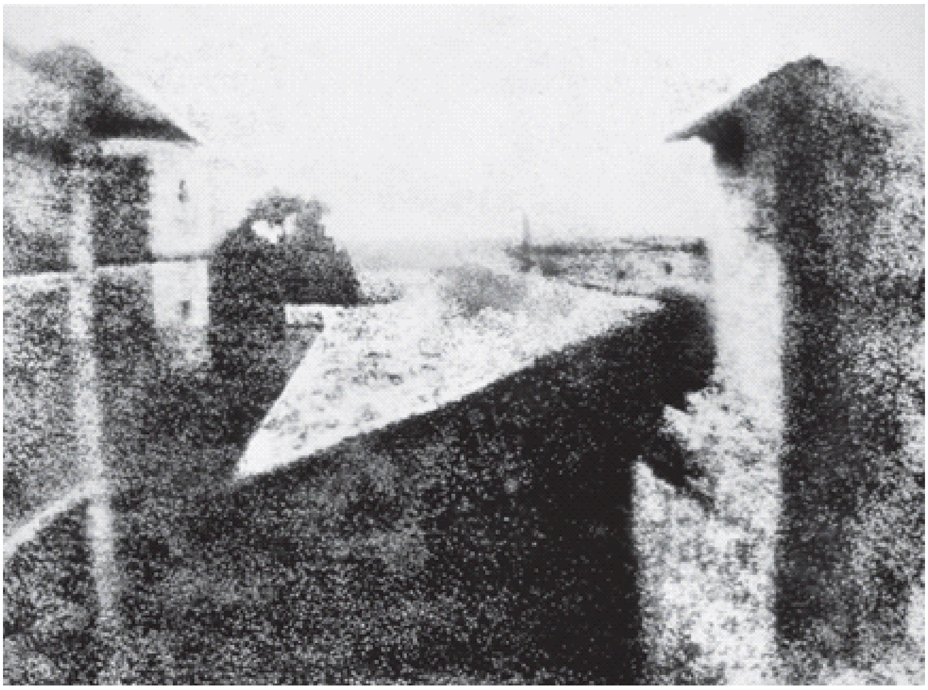


Figura 4. Primera fotografía estenopéica tomada por Niepce

Niepce fue el primero en conseguir "fijar una imagen". Esto sucedió en el 1827 cuando logró fijar una imagen permanente del patio de su casa. Para realizar esta fotografía utilizo una plancha de peltre recubierto de betún de Judea, exponiendo la plancha a la luz quedando la imagen invisible; las partes del barniz afectadas por la luz se volvían insolubles o solubles, dependiendo de la luz recibida. Después de la exposición la placa se bañaba en un disolvente de aceite esencial de lavanda y de aceite de petróleo blanco, disgregándose las partes de barniz no afectadas por la luz. Se lavaba con agua pudiendo apreciar la imagen compuesta por la capa de betún para los claros y las sombras por la superficie de la placa plateada. Este sistema fotográfico se denomina cámara estenopéica.

4.2 Manualidad 1 - Construcción de la cámara oscura

Para realizar la primera manualidad, necesitamos los siguientes materiales:

- Regla
- Marcador
- Tubo de cartón (Tubo Pringles)
- Cutter
- Papel vitela (o cebolla)
- Cinta americana
- Alfiler o chincheta.

Los pasos de la manualidad son los que a continuación se describen:

1. Dibujar una línea horizontal alrededor del tubo a 5 cm del fondo.

2. Cortar el tubo con el cutter a lo largo de la línea para dividir el recipiente en dos partes.

3. Dibujar el contorno del fondo de la lata en una hoja de papel vitela (o cebolla) y recortarlo.

4. Apilar las partes en este orden: el fondo de la lata (la abertura hacia arriba), el círculo de vitela, y la parte superior de la lata.

5 Cubrir completamente con cinta de embalar la unión entre las partes apiladas.

6. Usar la tachuela para hacer un pequeño agujero en el centro del fondo de la lata.

7. Para usarlo, apuntar con el pequeño agujero hacia un sitio bien iluminado (preferentemente por la luz del sol), colocando el ojo contra la boca de la lata y bloqueando con las manos la luz que se filtra entre el visor y el ojo.

4.3 Distancia de la Tierra al Sol

La unidad astronómica (UA), que representa la distancia entre el Sol y la Tierra, ha dejado de ser el resultado de cálculos complicados, para pasar a tener un valor permanente y preciso.

La distancia entre el Sol y nuestro planeta es de 149.597.870.700 metros, ni más ni menos. Los astrónomos establecieron la distancia exacta en la última Unión Astronómica Internacional (2012). Así esta distancia, una medida muy importante para realizar cálculos astronómicos, deja de ser el resultado de una complicada ecuación y se convierte en una cifra concreta. Esta novedad no va a cambiar el mundo, pero facilitará el trabajo de los astrónomos y les permitirá hacer sus cálculos con más precisión.

La distancia entre la Tierra y el Sol, llamada "unidad astronómica" (UA) sirve a los astrónomos como unidad de medida para calcular órbitas y trayectorias dentro nuestro Sistema Solar y en otros sistemas estelares, y distancias entre estrellas de sistemas binarios. Los astrónomos intentaban calcular esta distancia desde tiempos inmemoriales. El matemático griego Eratóstenes la definió como 804 millones de estadios (aproximadamente 149 millones de kilómetros). Los primeros en hacer una medición precisa fueron Giovanni Cassini con su colega Jean Richer, quienes en 1672 observaron Marte desde París y Cayena (Guayana Francesa) respectivamente. Tomando el paralaje, o la diferencia angular, entre las dos observaciones, calcularon la distancia de la Tierra a Marte y la usaron para hacer lo propio con la distancia entre la Tierra y el Sol. Según sus cálculos, la distancia era de unos 140 millones de kilómetros.

Hasta la segunda mitad del siglo XX la medición de paralaje era la única manera fiable de calcular las distancias en nuestro Sistema Solar. Más tarde la definición de la unidad astronómica incorporó la constante gravitacional de Gauss, que complicaba los cálculos y causaba problemas a los astrónomos. A pesar de los complicados cálculos, el valor de la distancia era bastante aproximado. El nuevo valor está basado en la observación directa, ya que las técnicas modernas permiten medir directamente las distancias con precisión.

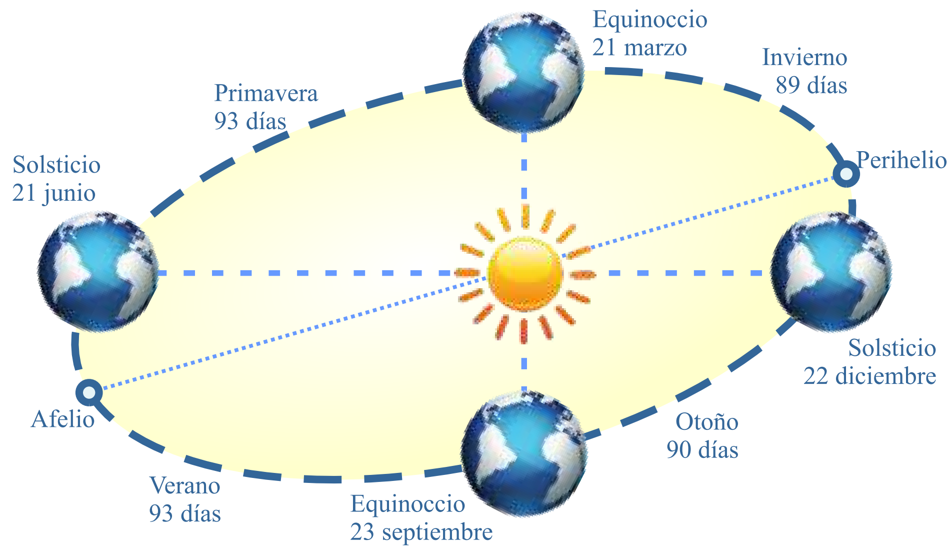
Pero no debemos olvidar que el

valor de la Unidad Astronómica (UA) es un valor medio aproximado. Todos los años, a comienzos de enero (perihelio), nos encontramos más alejados del Sol que en julio (afelio).

En concreto, nuestro planeta se encuentra 5 millones de kilómetros más cerca del Sol en enero que a comienzos de julio.

Por lo tanto, podrías descubrir que la distancia cambiante de la Tierra con respecto al Sol no es lo que produce las estaciones. En lugar de esto, tenemos estaciones debido a la inclinación de la Tierra en su eje. En el invierno, nuestra parte de la Tierra se encuentra inclinada, lejos del Sol. En el verano, nuestra parte de la Tierra está inclinada hacia el Sol.

Y a pesar de que nuestra distancia del sol no crea las estaciones, sí afecta la duración de las estaciones. Cuando la Tierra más se acerca al Sol durante el año, como ocurre en enero, significa que nuestro planeta está moviéndose lo más rápidamente posible en órbita alrededor del Sol. Por lo tanto, el invierno del Hemisferio Norte, el cual también es el verano del Hemisferio Sur, resulta ser la estación más corta del año. Es decir,



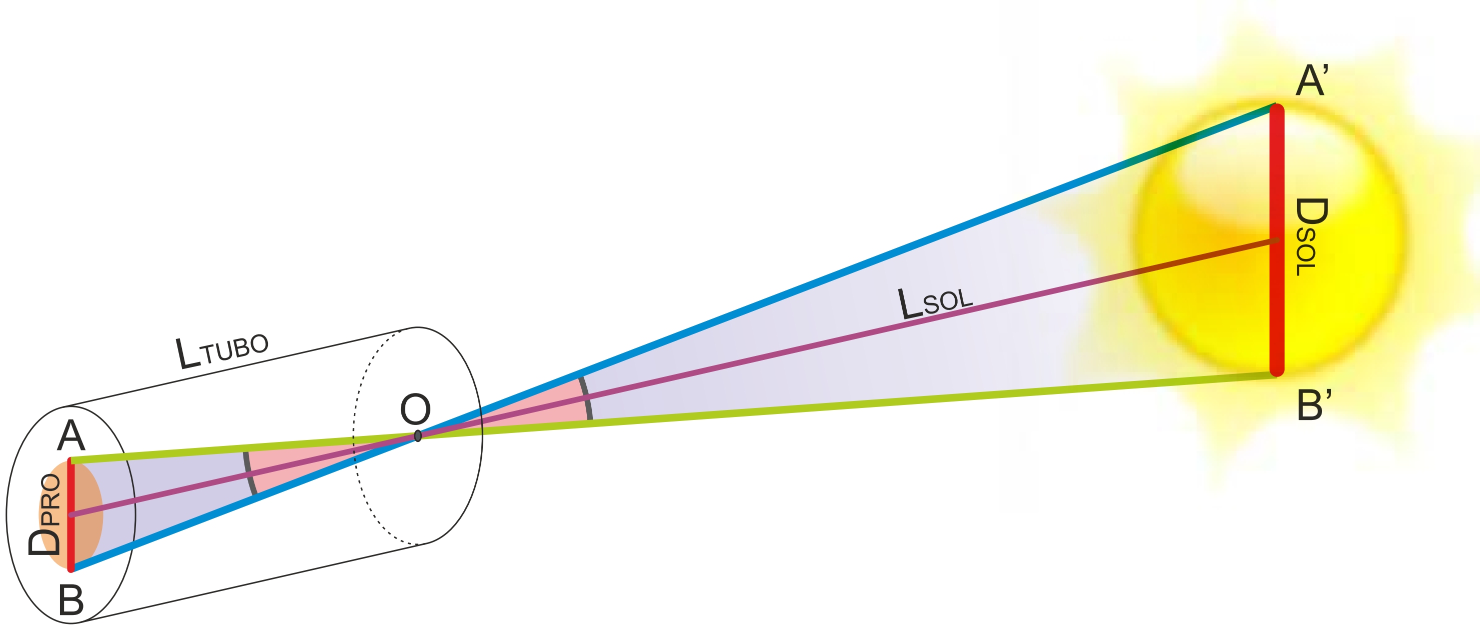
existen menos días entre el solsticio de diciembre y el equinoccio de marzo que entre cualquier otro solsticio y equinoccio.

Todo esto se debe a la forma de la órbita de la Tierra. Nuestra órbita alrededor del Sol no es un círculo. Es una elipsis, como un círculo en el que alguien se sentó y el cual aplastó.

Entonces te preguntarás, ¿cómo podemos saber a que distancia estamos realmente del sol?. Pues hay un método muy sencillo, que los científicos utilizan para conocer la distancia actual de la tierra al sol, y que utiliza los conceptos de semejanza que ya hemos aprendido.

Para ello, los científicos utilizan un aparato llamado tubo oscuro que consiste en un tubo de grandes dimensiones con una pequeña perforación en uno de sus extremos que permite proyectar en el otro extremo una figura semejante al sol.

Como sabemos que el diámetro del sol es una magnitud constante de 1.392.000 km, podemos calcular fácilmente la distancia desde la superficie terrestre hasta el sol. únicamente tenemos que establecer un sistema de triángulos semejantes en los que dos de los lados proporcionales sean el diámetro del sol y su proyección en el extremo opuesto a la perforación.



4.4 Cálculo de la distancia de la tierra al sol

Para realizar la segunda manualidad, necesitamos los siguientes materiales:

- Tubo de cartón
- Papel de aluminio
- Papel vitela (o vegetal)
- 2 gomillas
- Alfiler o chincheta.

Para construir nuestro tubo de oscuridad, seguiremos los siguientes pasos:

1. Sujetamos el papel de aluminio con una gomilla (o celo) a un extremo del tubo de cartón.

·2. Realizamos un pequeño orificio en el papel de aluminio con la punta de un portaminas, aguja o chincheta.

3. En el otro extremo del tubo colocamos papel vitela (o vegetal), lo tensamos y lo sujetamos con una gomilla (o celo) ala parte superior del tubo de cartón.

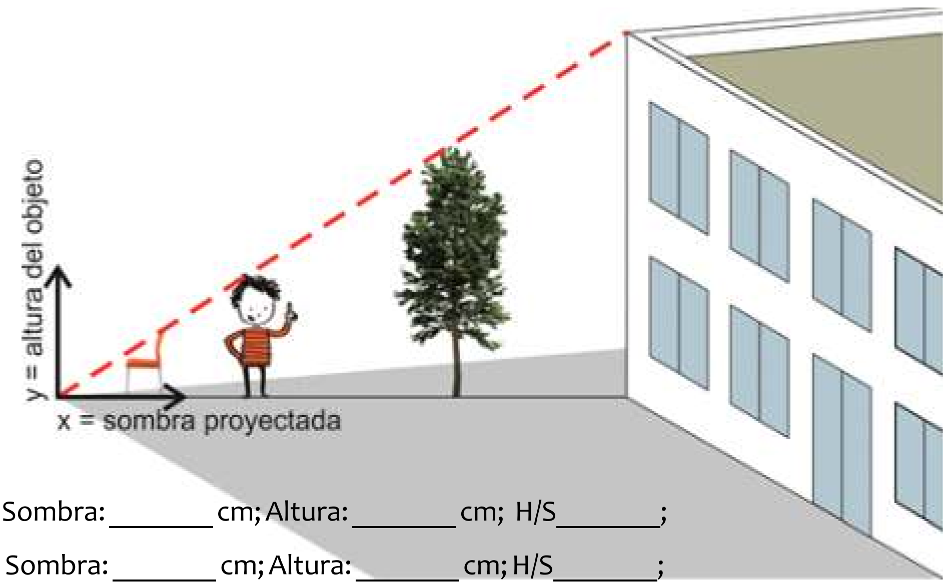
Una vez terminado, orientamos el tubo con la parte del papel de aluminio hacia el sol, de forma que podamos ver la proyección de la imagen del sol en el papel vegetal. Entonces con una regla medimos el diámetro de la imagen (si el papel es lo bastante resistente, podemos dibujar una regla en el mismo para facilitar la medida).

Por último, calculamos:

4.5 Recreación del cálculo de la altura de la pirámide

En este ejercicio vamos a recrear la experiencia de Thales para medir la altura de objetos inaccesibles mediante otros objetos de los que sí disponemos.

En concreto obtendremos las alturas de diferentes edificios del colegio mediante la semejante a con otros objetos disponibles en el patio: porterías, bidones, papeleras, puentes, postes, compañeros, reglas, maletas, etc:



Objeto 1:________________________; Sombra:_______ cm; Altura:_______ cm; H/S_______;

Objeto 2:________________________; Sombra:_______ cm; Altura:_______ cm; H/S_______;

Objeto 3:________________________; Sombra:_______ cm; Altura:_______ cm; H/S_______;

SESIÓN 5: Teorema de Pitágoras

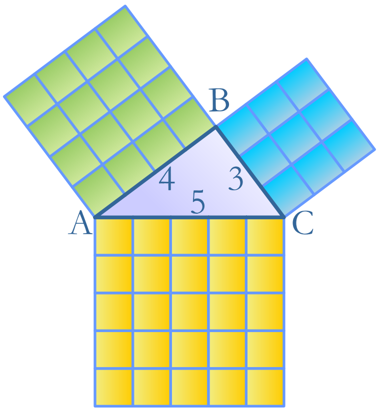
5.1 Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras dice que, en un **triángulo rectángulo**, la **hipotenusa al cuadrado** es igual a la suma de los **cuadrados de los catetos.**

Denominamos **hipotenusa** al **lado mayor** del triángulo, que siempre será el **opuesto al ángulo recto** (90º).

Denominamos **catetos** a los **lados menores** del triángulo, que siempre serán **adyacentes al ángulo recto** (90º).

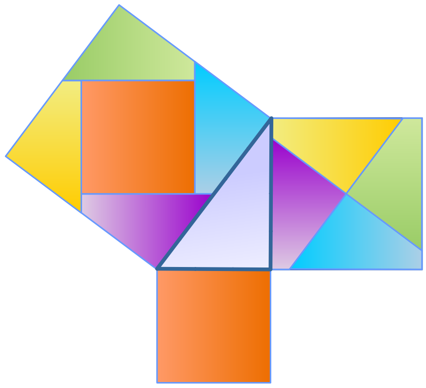
En las figuras de la derecha tenemos las demostraciones mas conocidas del teorema de Pitágoras.



Si contamos cuadraditos y operamos podremos comprobar que:

25 =16 +9

$5^2 = 4^2 + 3^2$



Henry Perigal (1830) demostró que podemos construir el cuadrado correspondiente a la hipotenusa a base de piezas de los dos cuadrados de menor dimensión

5.2 Ternas pitagóricas

El teorema de Pitágoras está muy **presente en nuestras vidas** sin que nos demos cuenta de ello. Por ejemplo, ¿Alguna vez os habéis puesto a contar el número de azulejos de la escalera de bajada a la segunda plata?

Si lo hacéis, comprobaréis que se cumple perfectamente el **teorema de Pitágoras**, pero no solo eso, ¡sino que además todos los azulejos están enteros!

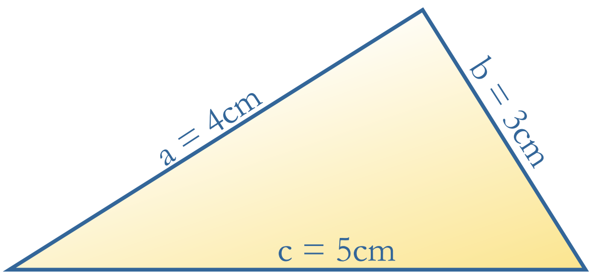
Cuando ésto ocurre tenemos una **terna pitagórica**, que cumple que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, siendo cada uno de los términos un número entero.

5.3 Operando con el teorema de Pitágoras

Trabajar con el teorema de Pitágoras es muy fácil, si conocemos dos de los lados de un triángulos rectángulo, únicamente tendremos que despejar la incógnita de la expresión:

$(cateto1)^2+(cateto2)^2=(hipotenusa)^2$

Una vez lo tengamos aislado, el resultado de lado se obtendrá calculando la raíz cuadrada del segundo miembro.



Hipotenusa: $c^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Cateto 1: $a^2 = c^2 - b^2 \longrightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2}$

Cateto 2: $b^2 = c^2 - a^2 \longrightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$

16 Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 7,2 y 9,6m

17 Halla un cateto de un triángulo rectángulo, sabiendo que la hipotenusa mide 7cm y el otro cateto 4cm.

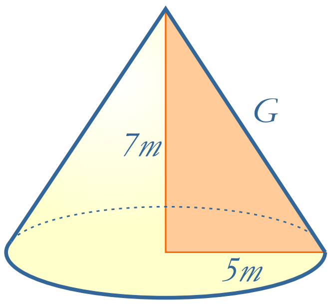
5.4 Aplicaciones del teorema de pitágoras

Con el teorema de pitágoras podemos obtener multitud de información que aparentemente está oculta en los enunciados de muchos de los problemas.

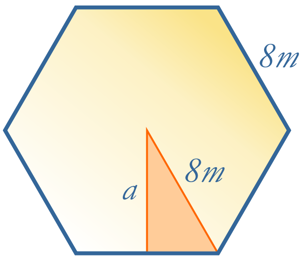
Cuando pensemos que en un problema nos faltan datos, es bueno plantearse la posibilidad de que haya algún triángulo rectángulo escondido con el que poder operar aplicando el teorema de Pitágoras y obtener el dato que nos faltaba.

Son casos muy habituales el tener que calcular áreas, volúmenes o dimensiones de figuras y cuerpos geométricos en los que falta algunos de los datos. A continuación se exponen algunos ejemplos ilustrativos:

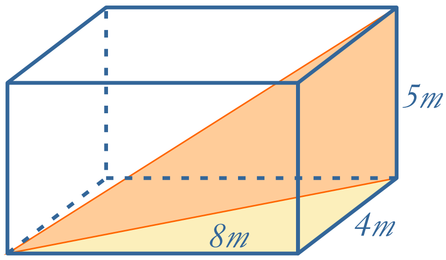
Hallar la generatriz de un cono con una altura y radio de la base dados:



Calcular el área de un exágono de lado 8metros sin saber la apotema:



Calcular la diagonal de un ortoedro de aristas 8m, 4m y 5m:



18 Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 12,5 y 14,7m

19 De un triángulo rectángulo sabemos que un cateto mide 6,45cm y la hipotenusa 9,55 ¿Cuánto mide el otro cateto?.

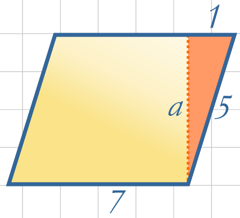
20 Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 8 y 6 metros.

21 Calcula el perímetro de un rombo cuyas diagonales son el triple de las del rombo anterior

22 Si sabemos que la altura aproximada de la pirámide de Keops es de 139 metros y que su base es un cuadrado de 52900 metros cuadrados, ¿Cuánto medirá cada una de sus aristas?

23 Calcula el área y el perímetro de un trapecio simétrico de bases 9 y 3 metros y lados de 5m.

24 Calcula el área y el perímetro del romboide que se muestra en el dibujo:



25 Tenemos una foto de 5x7 de de nuestra novi@. ¿cuántas veces tendremos que ampliarla para ponerla en un marco de 20x25cm?

26 Una farola de 15 metros, que está a 5 metros de la fachada de mi casa se ha caído, ¿habrá roto la ventana del cuarto que está a 5 metros del suelo?

27 Calcula el número de vueltas que da la rueda de una bici para recorrer 1 km si el radio de la rueda es de 40cm.

28 Si el micro-ondas mide 35x25x20 cm, ¿podremos descongelar una barra de pan de 50cm?

29 La televisión de nuestro salón no sirve para ver los nuevos canales de televisión, por lo que tenemos que comprar otra nueva. El mueble donde va a ponerse el televisor tiene un hueco de 200x115cm. ¿si sabemos que los televisores actuales tienen una relación de aspecto 16:9 (base:alto), ¿Cuántas pulgadas tendrá el televisor mas grande que podemos comprar?. Dato 1 pulgada son 2,54cm.

30 El albero de la plaza de toros se ha estropeado de no usarse. El ayuntamiento ha decidido cambiarlo y ponerlo de colores. Para ello va a utilizar arcilla molida (color rojo) y albero molido (color amarillo). El diseño va a ser una corona circular exterior de color rojo exterior de 20 metros de anchura y un círculo interior de color amarillo. Si la plaza tiene un diámetro de 100 metros, ¿utilizaremos la misma cantidad de albero que de arcilla?.

6.1 Razones trigonométricas básicas

Hasta el momento actual, hemos trabajado con multitud de polígonos y, en especial, con una gan cantidad de triángulos, la mayoría de ellos rectángulos.

Una vez que hemos aprendido a calcular cualquiera de sus lados nos preguntaremos, ¿y qué pasa con sus ángulos?, hemos aprendido a saber cuales son iguales, cuales complementarios y cuales suplementarios, incluso sabemos que en figuras semejantes los ángulos no varía. Pero no sabemos cuanto valen.

Para saber cuanto valen los ángulos de un triángulo tenemos que recurrir nuevamente al triángulo rectángulo.

Como ya sabemos, entre los lados de un triángulo rectángulo se establecen relaciones de semejanza que se mantienen constante independientemente de las dimensiones del triángulo y del coeficiente de escala que le apliquemos.

Para hacerlo mas evidente, vamos a recuperar las medidas que tomamos en el patio durante la sesión 4. A continuación vamos a apuntarlas en la tabla de abajo y a operar con ellas.

También apuntamos las de nuestros compañeros. ¿Qué observamos?:

OBJETO	Sombra	Altura	Hipot.	$\frac{\text{Altura}}{\text{Hipot.}}$	$\frac{\text{Sombra}}{\text{Hipot.}}$	$\frac{\text{Altura}}{\text{Sombra}}$	$\frac{\text{Sombra}}{\text{Altura}}$
Razón trigonométrica							

Como habremos observado, la relación entre los lados son prácticamente iguales. Si hubiéramos medido perfectamente estas razones serían exactamente iguales.

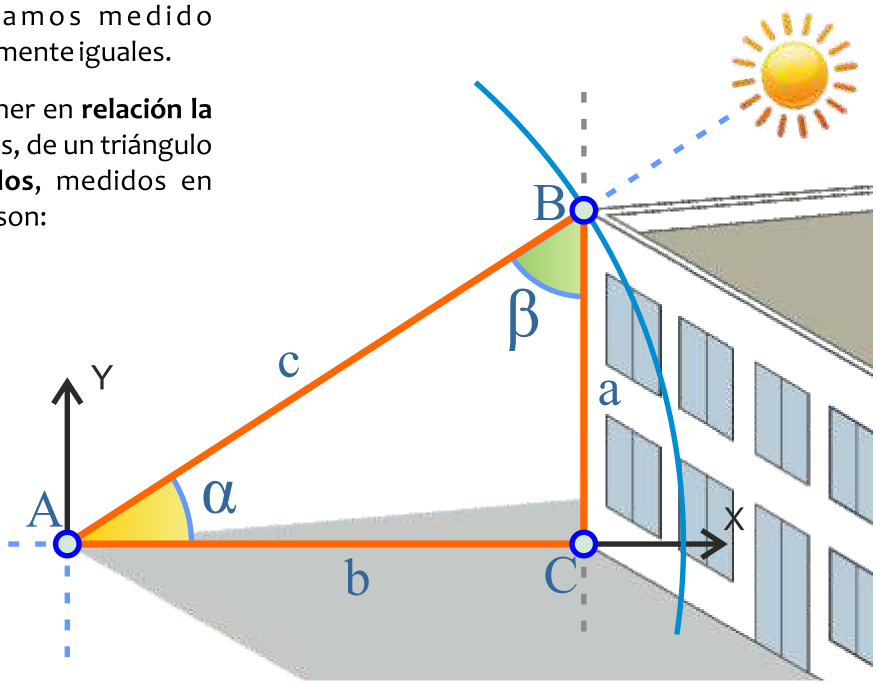
Las **razones trigonométricas** permiten poner en **relación la abertura de los ángulos**, medidos en grados, de un triángulo rectángulo con las **medidas de sus lados**, medidos en unidades de longitud. Las mas importantes son:

$$sen(\alpha)=\frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}=\frac{a}{c}=cos(\beta)$$

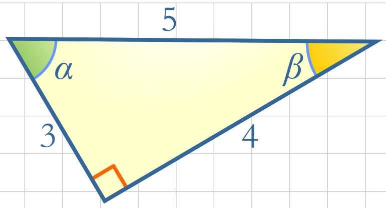
$$cos(\alpha)=\frac{cateto\ contíguo}{hipotenusa}=\frac{b}{c}=sen(\beta)$$

$$tg(\alpha)=\frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contíguo}=\frac{a}{b}$$

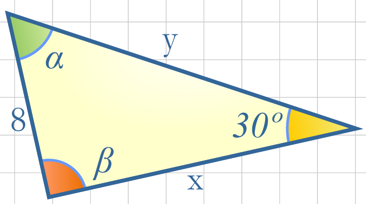
$$tg(\beta)=\frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contíguo}=\frac{b}{a}$$



31 Calcula las razones trigonométricas de los ángulos α y β del triángulo ABC, sabiendo que sus lados miden 3, 4 y 5 metros. ¿Cuánto miden los ángulos α y β?



32 Dado un triángulo rectángulo del que conocemos la dimensión de uno de sus catetos y la abertura de uno de sus ángulos, calcular los demás lados y ángulos.



33 ¿Existe un triángulo rectángulo cuyas razones trigonométricas sean $\operatorname{sen}\alpha=\sqrt{2}/2$ y $\cos\beta=\sqrt{3}/2$?

34 Un paraguas de 1m arroja una sombra de 2 metros, ¿qué inclinación tienen los rayos del sol?

35 En un triángulo equilátero de 5cm de lado, trazamos una recta paralela a la base y a 1 centímetro de la base. Halla la altura, el área y el perímetro de cada uno de los triángulos. ¿son los triángulos semejantes?

36 Una piscina tiene 2,3 m de ancho; situándonos a 116 cm del borde, desde una altura de 1,74 m, observamos que la visual une el borde de la piscina con la arista opuesta del fondo. ¿Qué profundidad tiene la piscina?

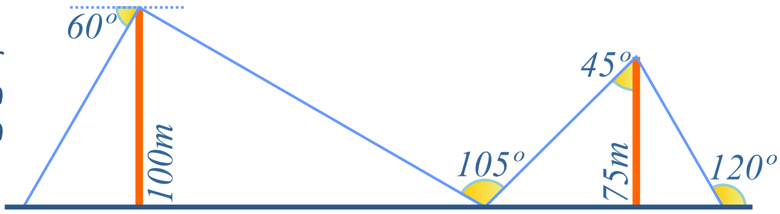
37 La escultura del minotauro se ha dañado y hay riesgo de que se vuelque. Para prevenir que se caiga, se ha propuesto afianzarlo a la base de la rotonda con cuatro cables. Si sabemos que el minotauro mide 23 metros de alto y que la rotonda mide 29,50 metros de diámetro, ¿cuantos metros de cable hacen falta?

38 Un barco se halla entre dos muelles separados (en línea recta) 6,1 km. Entre ambos se encuentra una playa situada a 3,6 km de uno de los muelles. Calcula la distancia entre el barco y los muelles sabiendo que si el barco se dirigiera hacia la playa, lo haría perpendicularmente a ella. ¿qué distancia hay entre el barco y la playa? (NOTA: El águlo que forma el barco con los dos muelles es de 90º).

39 Para medir la altura de un edificio, Pedro, de 165 cm de altura, se sitúa a 2,3 m de una farola de 3,32 m situado entre él y el edificio de forma que su extremo, el pretil del edificio y los ojos de Pedro se encuentran en línea. Sabiendo que Pedro se encuentra a 56 m del pie del edificio, calcula la altura del edificio.

40 Para medir la altura de un edificio, Pedro, de 165 cm de altura, se sitúa a 2,3 m de una farola de 3,32 m situado entre él y el edificio de forma que su extremo, el pretil del edificio y los ojos de Pedro se encuentran en línea. Sabiendo que Pedro se encuentra a 56 m del pie del edificio, calcula la altura del edificio.

41 Dos antenas de radio están sujetas al suelo por cables tal como indica la figura. Calcula la longitud de cada uno de los tramos de cable, la distancia AE y la distancia entre antenas.



42 Hemos ido de visita al Alcázar y queremos saber cuánto mide la torre octogonal. La sombra termina en medio de la calle, por lo que no podemos medir su longitud. Desde el otro lado de la calle sabemos que del suelo al extremo de la torre hay un ángulo de 51º. 16 metros mas atrás, el ángulo formado es de 30º. ¿Qué altura tiene la torre?, ¿A qué distancia hicimos la primera medida?

8.1 Historia de la escala

Durante el renacimiento, las obras de los matemáticos griegos que sólo fueron conocidas a través de traducciones, pudieron ser leídas en fuentes directas, y se despertó una nueva curiosidad por la Geometría, cuyos progresos fueron lentos al principio; pero, transcurrida la etapa de asimilación, las ideas geométricas adquirieron el carácter abstracto y general.

A lo largo del siglo XVI y una buena parte del siglo XVIII la atención de los matemáticos se dirigió especialmente al álgebra y el cálculo descubierto por Newton y Leibniz. También lo es para los geómetras renacentistas que se preocuparon de dar a la ciencia que cultivaban la generalidad de que carecía, centrándose en los problemas de la representación del espacio.

Los problemas de representación que surgieron en el Renacimiento se convertirían en un importante punto de apertura para el estudio de las transformaciones. Durante tal momento histórico se resaltó la función de la transformación como herramienta útil en la resolución de problemas prácticos, sobre todo en pintura y arquitectura. Estos campos alcanzaron un nivel de desarrollo nunca antes conocido gracias a la asimilación y aplicación práctica de los conceptos de la semejanza, la proporcionalidad y la escala.

En el renacimiento se generaliza el uso de los planos y escalas y de las maquetas como herramientas de representación abstracta y comunicación previa al quehacer constructivo. Hasta la fecha, las construcciones se realizaban en base al conocimiento tradicional de los maestros canteros y los maestros labradores, entre los que las técnicas se transmitían oralmente y las construcciones se llevaban a cabo en base al saber de los ejecutantes. El desarrollo de la escala y la maqueta permitirá la difusión rápida de conocimientos de manera escrita, lo que conllevó la explosión arquitectónica y artística del renacimiento.

El concepto de escala se relaciona directamente con los de semejanza y proporcionalidad. Dos formas semejantes (igual forma pero diferente tamaño) sólo varían en la escala de su representación.

Por lo tanto, la escala es la relación matemática que existe entre las dimensiones reales y las del dibujo que representa la realidad sobre un plano o un mapa. Es la relación de proporción que existe entre las medidas de un mapa con las originales.

Las escalas se escriben en forma de razón donde el antecedente indica el valor del plano y el consecuente el valor de la realidad. Por ejemplo la escala 1:500, significa que 1 cm del plano equivale a 500 cm en la realidad.

$$Escala = \frac{Medida\ en\ el\ dibujo}{Medida\ real}$$

Las escalas se utilizan para representar todo tipo de objetos y seres, existiendo tres tipos de escalas llamadas:

<u>Escala natural:</u> Que se usa cuando el tamaño físico del objeto representado en el plano coincide con la realidad. Existen varios formatos normalizados de planos para procurar que la mayoría de piezas que se mecanizan estén dibujadas a escala natural; es decir, escala 1:1.

<u>Escala de reducción:</u> Es con la que estamos mas acostumbrados a encontrarnos. Se utiliza cuando el tamaño físico del plano es menor que la realidad. Esta escala se utiliza para representar piezas (E-1:2 ó E-1:5), planos de viviendas (E-1:50, E-1:100 ó E-1:250), mapas físicos de territorios donde la reducción es mucho mayor y pueden ser escalas del orden de E-1:50.000 ó E-1:100.000. Para conocer el valor real de una dimensión hay que multiplicar la medida del plano por el valor del denominador.

<u>Escala de ampliación:</u> Se utiliza cuando hay que hacer el plano de objetos, piezas o seres muy pequeñas o de detalles de un plano. En este caso el valor del numerador es más alto que el valor del denominador o sea que se deberá dividir por el numerador para conocer el valor real de la pieza. Ejemplos de escalas de ampliación son: E.2:1 o E.10:1.

Figura. Plano del mundo dibujado en el siglo XV

8.2 Trabajando con la escala

43 Nuestros padres quieren construirse una casa y han encargado a un arquitecto que les haga el diseño. Cuando han ido a visitarlo, para ver como ha quedado, les entrega los planos que vemos en las páginas siguientes. El arquitecto aún no ha calculado las superficies de cada una de las habitaciones, pero nos dice que ésto no es problema, pues el plano está dibujado a escala y sabiendo que escalera mide 1,10 metros de ancho podemos saber la medida de lo demás. ¿Cuál es ésta escala?

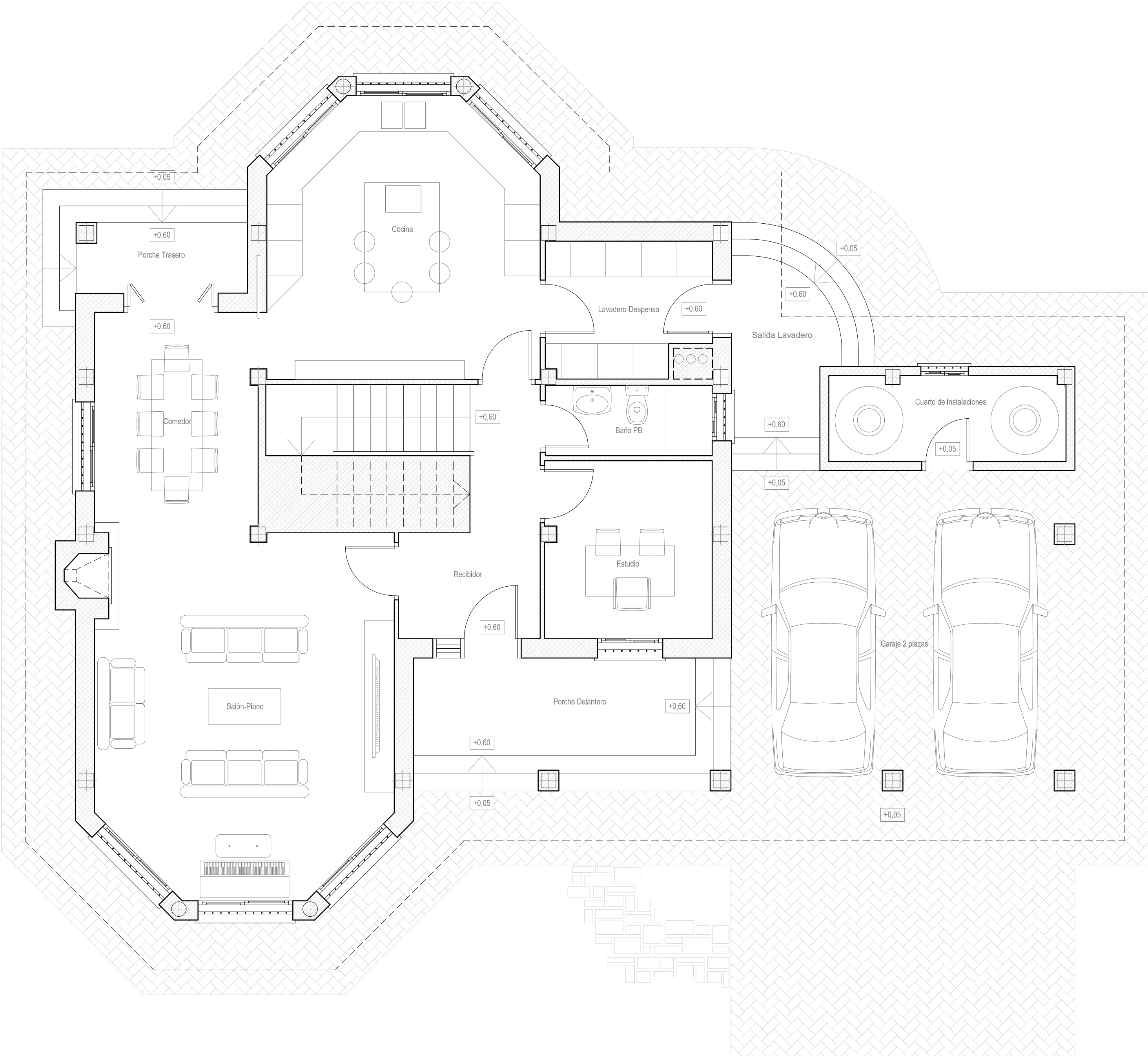
44 Una vez que sabemos la escala, queremos saber cuantos metros cuadrados tiene cada una de las habitaciones para saber cómo de grande son cada una de ellas. Indica en las tabas a pie de plano qué superficie útil (interior de cada habitación) tiene cada una de las estancias. ¿Cuál es la superficie útil total?

Nota, Para hacer mas sencillo el proceso, mide de pared a pared sin descontar los pilares, chimeneas, etc.

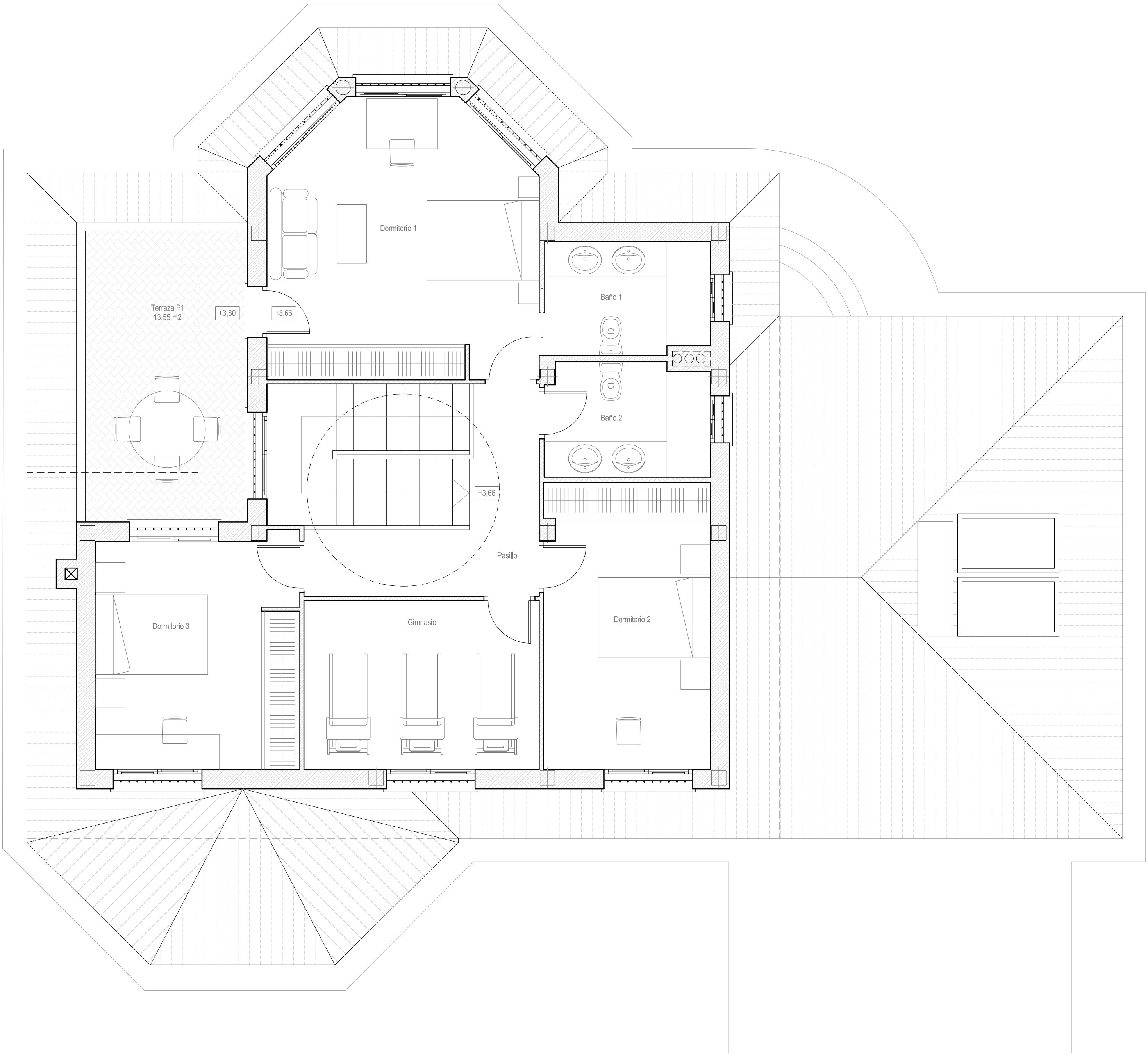
45 Nuestro padre tiene una mesa de trabajo circular de 4 metros cuadrados y tiene pensado colocarla dentro de la habitación destinada a estudio. ¿Cabrá dentro de la habitación?

46 Nuestro hermano, jugador profesional propone que cambien el gimnasio por una sala de billar. Su mesa mide 1x2 metros y necesita 1,5 metros por cada lado ¿le cabrá en la habitación?

47 Nuestra madre quiere comprar cortinas para el salón y los dormitorios. El fabricante le dice que le va a costar 65€ por cada metro cuadrado de hueco, ¿cuánto le costará en total?

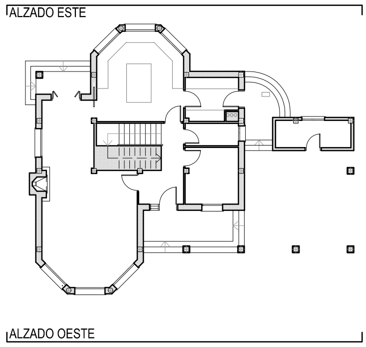


<table>
<tr><th colspan="5">CUADRO DE SUPERFICIES</th></tr>
<tr><th>PLANTA</th><th>RECINTO</th><th>SUP. UTIL
(PGOU 2011)</th><th>SUP. CONSTRUIDA
(RD 1020/1993)</th><th>SUP. UTIL TOTAL
(PGOU 2011)</th></tr>
<tr><td rowspan="13">PLANTA BAJA</td><td>SALÓN-PIANO</td><td></td><td rowspan="13">165,75 m²</td><td rowspan="13"></td></tr>
<tr><td>COMEDOR</td><td></td></tr>
<tr><td>COCINA</td><td></td></tr>
<tr><td>ESTUDIO</td><td></td></tr>
<tr><td>BAÑO PB</td><td></td></tr>
<tr><td>LAVADERO</td><td></td></tr>
<tr><td>RECIBIDOR</td><td></td></tr>
<tr><td>ESCALERA</td><td></td></tr>
<tr><td>CUARTO INSTAL.</td><td></td></tr>
<tr><td>PORCHE DELANTERO</td><td></td></tr>
<tr><td>PORCHE TRASERO</td><td></td></tr>
<tr><td>SALIDA LAVADERO</td><td></td></tr>
<tr><td>GARAJE</td><td></td></tr>
</table>

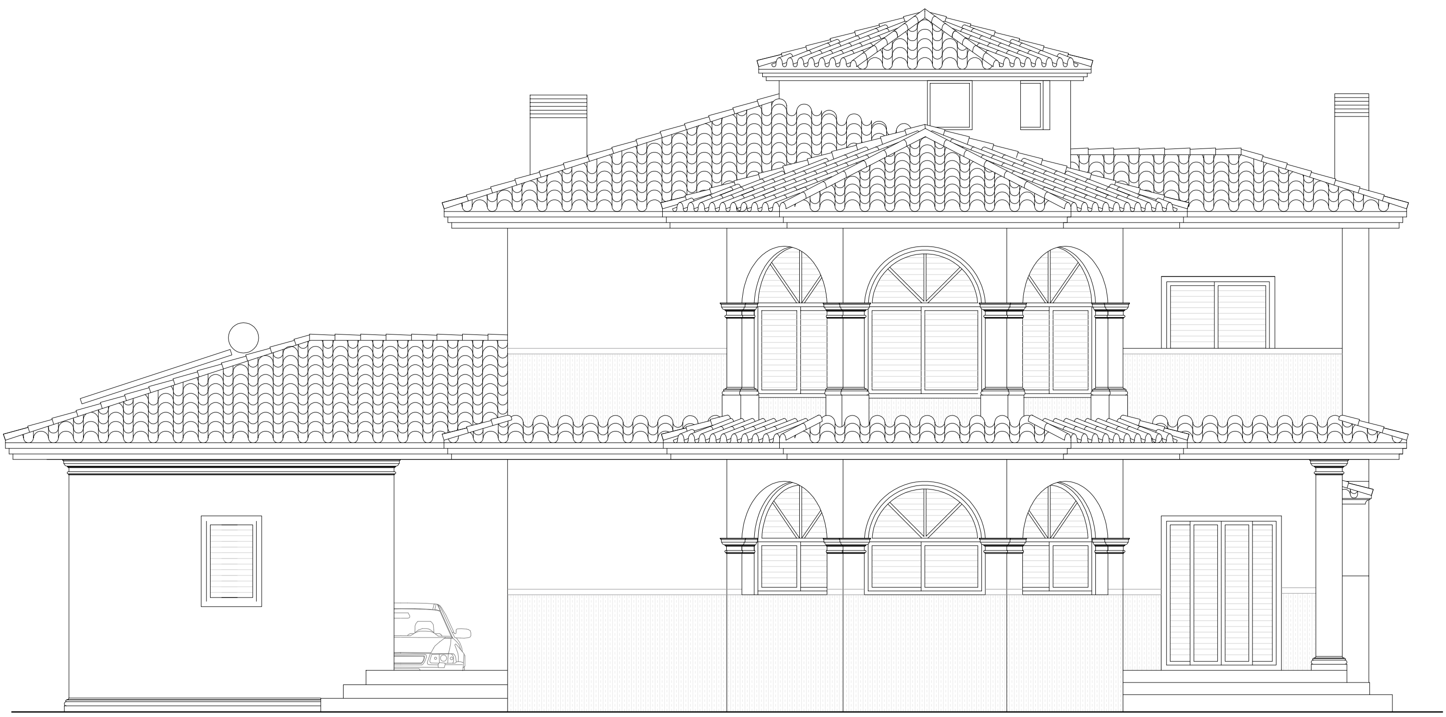


CUADRO DE SUPERFICIES

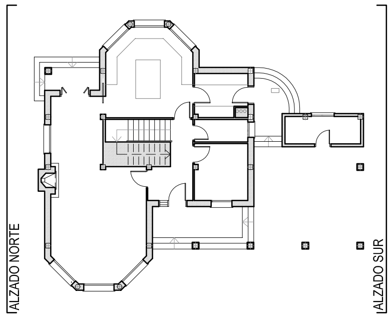
PLANTA	RECINTO	SUP. UTIL (PGOU 2011)	SUP. CONSTRUIDA (RD 1020/1993)	SUP. UTIL TOTAL (PGOU 2011)
PLANTA PRIMERA	DORM PRINCIPAL	20,25 m²	101,95 m²	
	DORMITORIO 2	13,70 m²		
	DORMITORIO 3	13,50 m²		
	GIMNASIO	11,40 m²		
	BAÑO 1	5,30 m²		
	BAÑO 2	5,30 m²		
	PASILLO	7,60 m²		
	ESCALERA	8,30 m²		
	SALIDA LAVADERO			

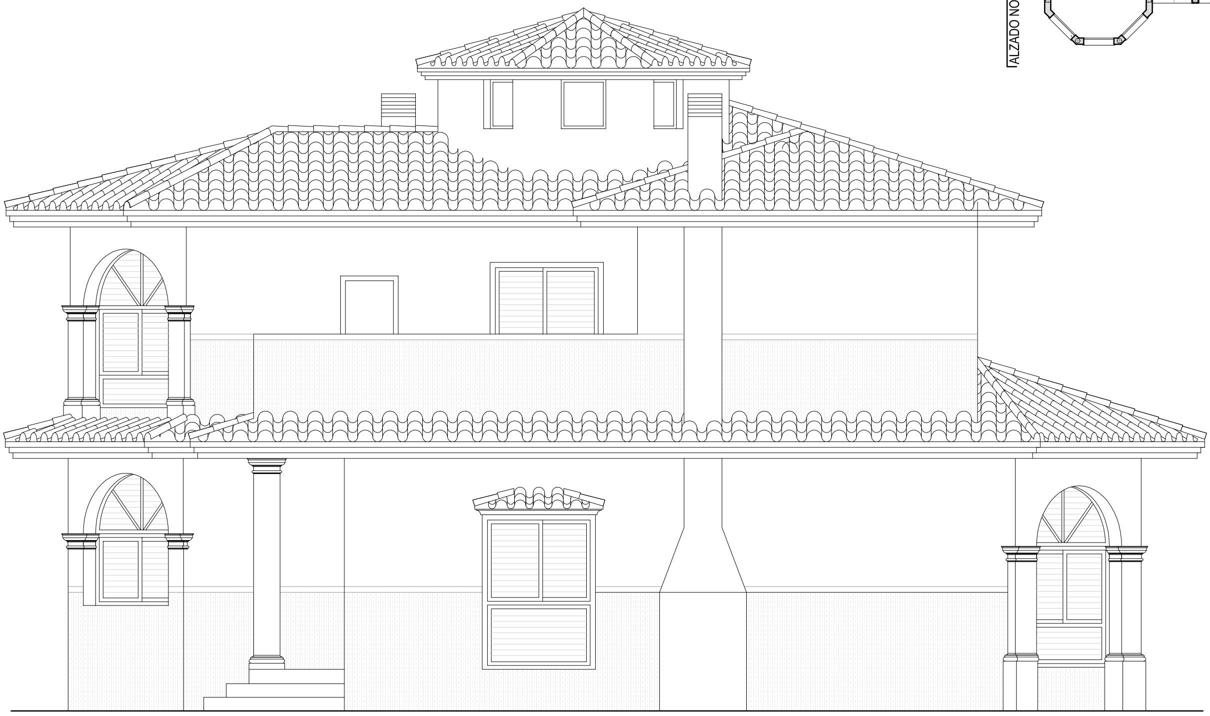


ALZADO OESTE - ENTRADA PRINCIPAL



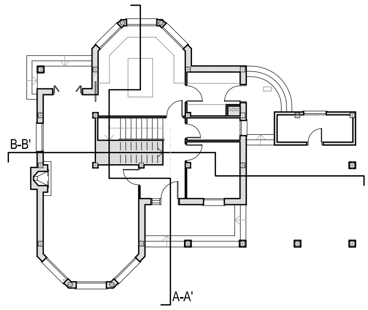
ALZADO ESTE - ENTRADA JARDÍN

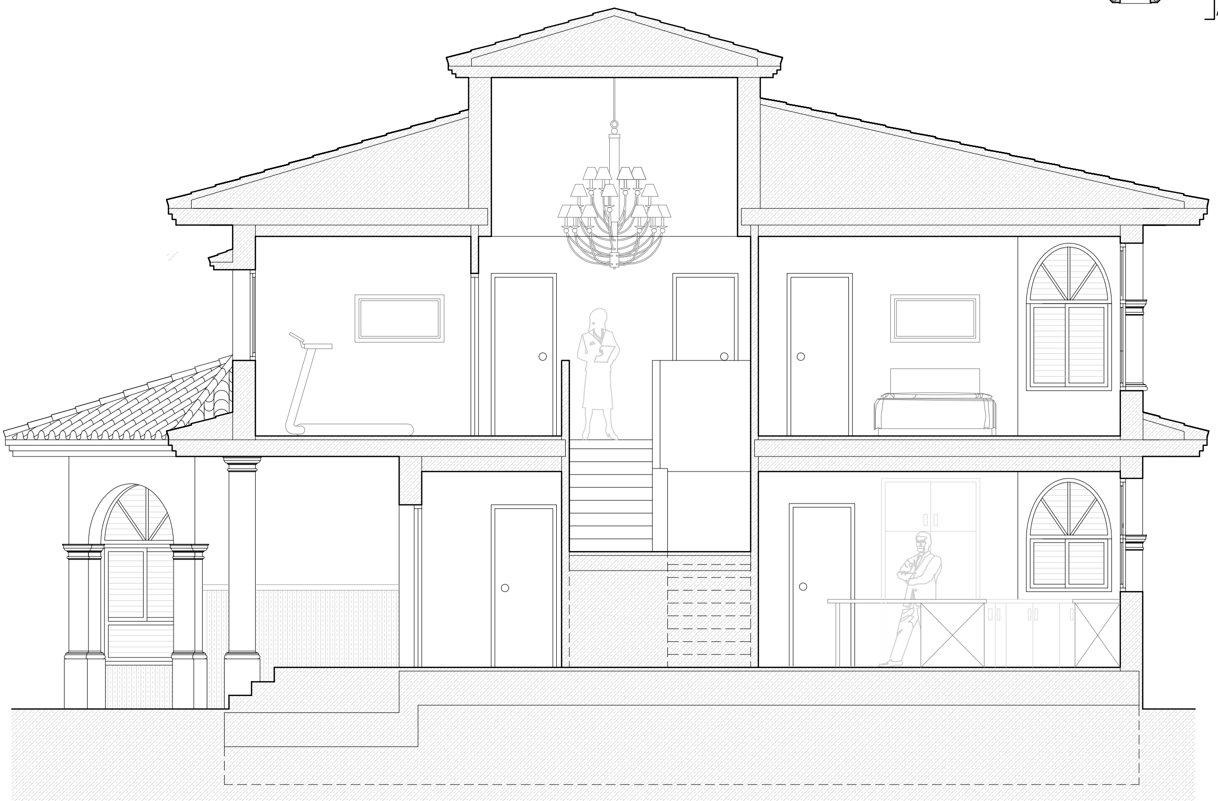




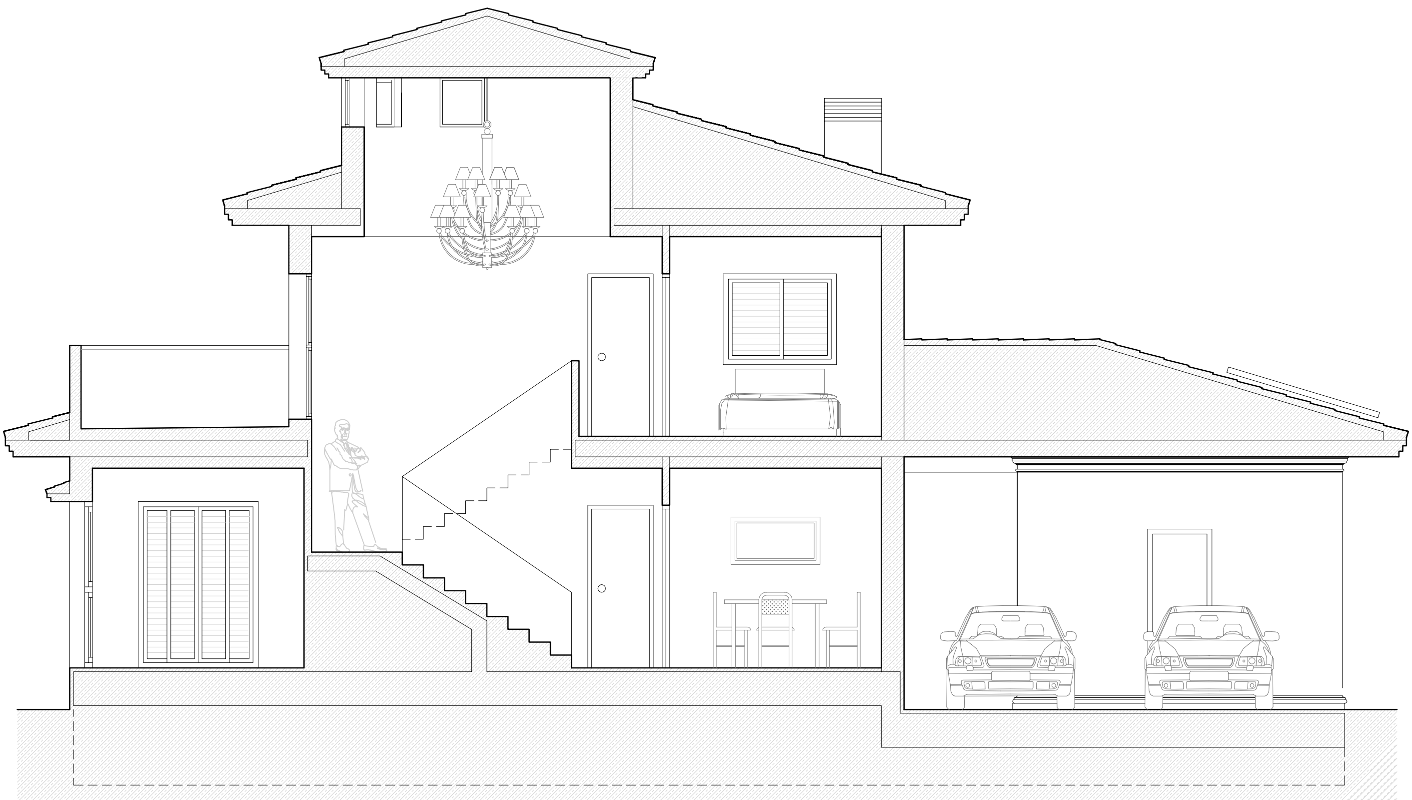
ALZADO NORTE - CHIMENEA

ALZADO SUR - GARAJE





SECCION A-A'

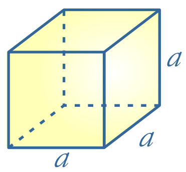
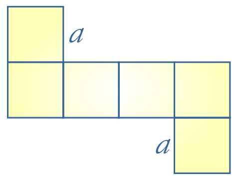
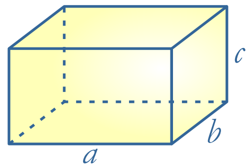
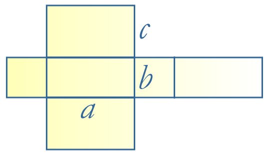
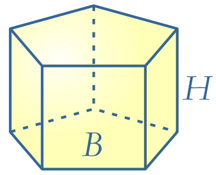
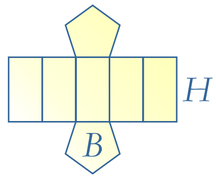
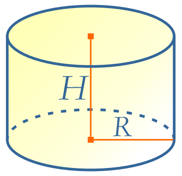
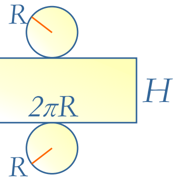
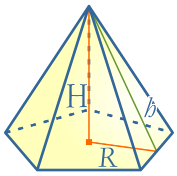
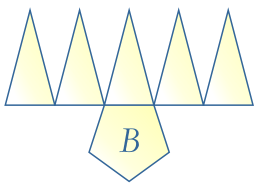
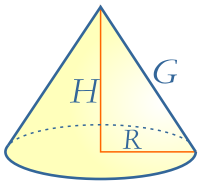
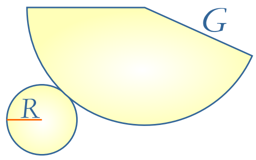
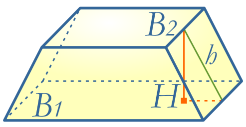
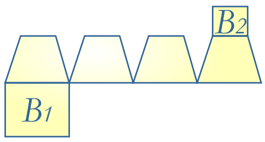
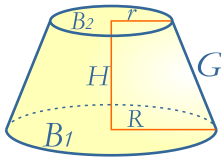
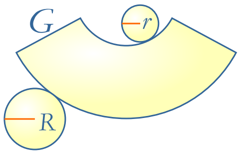
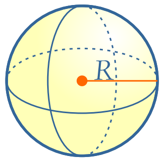


SECCION B-B'

49 Seguro que al hacer este ejercicio te han surgido muchas dudas, ¡Apúntalas aquí y vamos a resolverlas!

SESIÓN 9: Cuerpos geométricos: Poliedros

9.1 Desarrollos planos y volúmenes de poliedros

POLÍGONO	FIGURA	DESARROLLO	ÁREA	VOLÚMEN
Cubo ó Hexaedro			$A = 6 \cdot a^2$	$A = a \cdot a \cdot a = a^3$
Paralelepípedo u ortodedro			$A = 2\ (ab+ac+ad)$	$A = a \cdot a \cdot a = a^3$
Prisma			$A_T = 2 \cdot A_B + \Sigma A_L$	$V = A_B \cdot H$
Cilindro			$A_B = \pi \cdot R^2$ $A_L = 2\pi R \cdot H$ $A_T = 2A_B + A_L$	
Pirámide			$A_T = A_B + \Sigma A_L$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$
Cono			$A_B = \pi \cdot R^2$ $A_L = \pi R \cdot G$ $A_T = A_B + A_L$	
Tronco de Pirámide			$A_T = A_{B1} + A_{B1} + \Sigma A_L$	$V = \frac{1}{3}(A_{B1} + A_{b2} + \sqrt{A_{B1} \cdot A_{b1}}) \cdot H$
Tronco de Cono			$A_{B1} = \pi \cdot R^2$ $A_{b2} = \pi \cdot r^2$ $A_L = \pi\ (R+r) \cdot G$ $A_T = A_{B1} + A_{b2} + A_L$	
Esfera		*No tiene desarrollo plano*	$A_B = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3} A_B \cdot H$

50 Calcula el área del desarrollo plano y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 5metros y la altura mide 9metros.

51 Halla el volumen y el área total del desarrollo plano de un cilindro recto cuya base tiene 3 metros de radio y su altura es de 7metros

52 Halla el área del desarrollo plano y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene una arista de 6 metros y cuya altura es de 10 metros

53 Calcula el área del desarrollo plano y el volumen de un cono sabiendo que el radio de la base mide 4 metros y la altura es de 11 metros.

54 Halla el volumen y el área total del desarrollo plano de un tronco de pirámide cuadrada en el que la arista de la base mayor mide 26cm; la arista de la base menor 14cm y la altura 8cm.

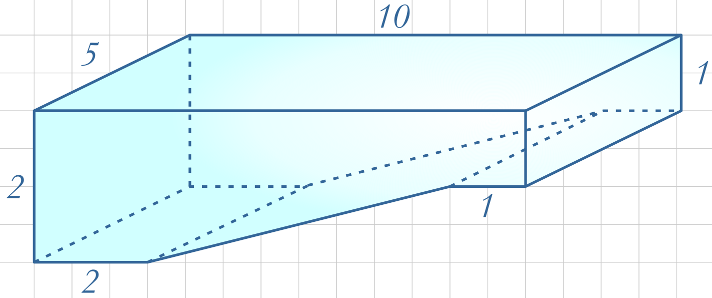
55 Halla el volumen y el área total del desarrollo plano de un tronco de cono en el cual el radio de la base mayor mide 9 metros, el radio de la base menor 4 metros y la altura 12 metros

56 Calcula el área del desarrollo plano, el volumen y las diagonales de un ortoedro cuyas aristas miden 10, 8 y 2 metros respectivamente

57 Halla el área y el volumen de un tronco de cono en el que el radio de la base mayor mida 7,75 metros, el de la base menor 4,50 metros y la generatriz 14,75 metros.

58 Nuestra madre nos ha encargado que compremos 4 litros de tomate frito, pero en la lata no pone el contenido. Si hemos medido que su diámetro es 7,5cm y su altura 14cm, ¿cuántas tendremos que comprar?

59 Acabamos de construirnos una piscina como la de la figura y queremos llenarla. Si un litro de agua cuesta 16 céntimos de euro, ¿cuánto costará llenarla entera?. ¿Cuántos metros tiene de paredes y suelo?



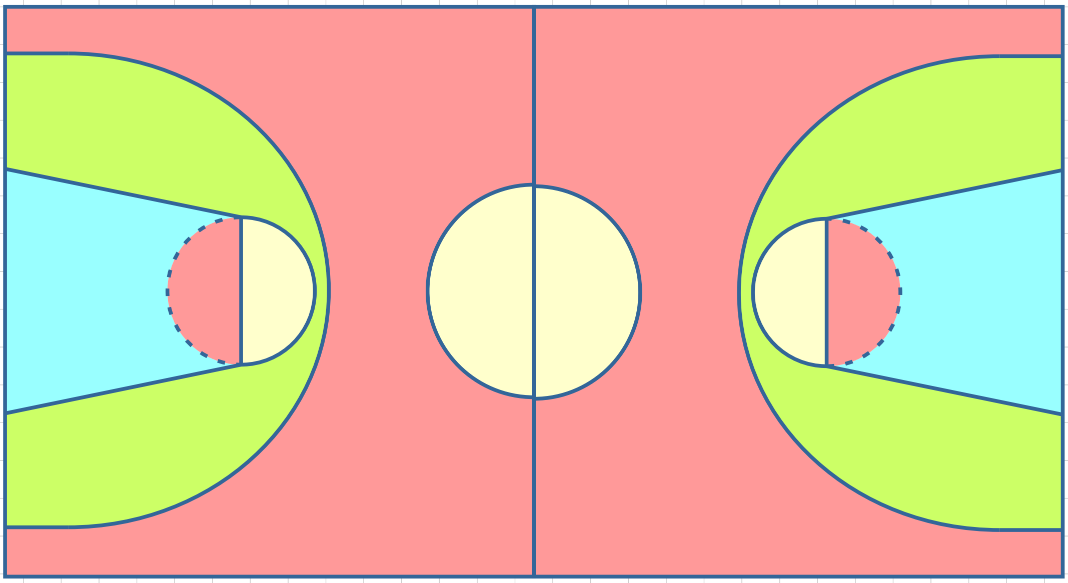
60 Las dimensiones en centímetros de un cartón de leche son 9,5 × 6,4 × 16,5 cm. Si los fabricantes lo construyesen de forma esférica, cuánto cartón se ahorrarían? ¿si se ahorran cartón, por qué no lo hacen?

61 Calcula la arista y la diagonal de un cubo cuyo volumen es 8 m^3 y los de un cubo semejante de volumen $64m^2$

62 El campanario de una iglesia es de forma octogonal, con lados de 3 metros cada uno. El tejado de la torre es piramidal de 6 metros de altura. Calcula el volumen interior del tejado y la superficie de tejas. Si el volumen de la torre es 3 veces el de la cubierta, ¿cuánto mide la torre?

63 Hemos cortado una pirámide cuadrada y nos ha quedado un tronco de cono de altura 10 metros, en el que las aristas de las bases miden 4 y 6 cm. Calcula el área y el volumen de la pirámide original.

64 Nuestro director quiere volver a pintar la pista de baloncesto según el esquema de la figura. Si cada litro de pintura sirve para pintar 3,25 metros de suelo, ¿cuántos litros de cada pintura debemos comprar?
Nota: Puedes apuntar las medidas que tomes en el mapa.



65 El pozo del patio tiene fisuras en su interior y tienen que entrar operarios para arreglarlo. Los trabajos se harán en toda la superficie interior. La empresa nos garantiza que el pozo se va a arreglar en 10 días. Si nos aseguran que cada operario puede arreglar 5 m² al dia y sabemos que el pozo tiene capacidad para 100.000 litros, ¿cuántos trabajadores van a trabajar en el pozo simultáneamente?

66 Las columnas de nuestro colegio están revestidas por azulejos, creando un prisma de base polígonal. ¿cuánto mide al volumen definido por el alicatado. ¿cuál es el área de todos los azulejos?

67 Calcular el área y el volumen del depósito de agua. Como no nos permiten subirnos al tejado para medirlo, vamos a suponer que es una pirámide recta en la que cada arista tiene una inclinación de 30º. Pista, para medir la altura del edificio puedes utilizar un cartabón y aplicar el teorema de Thales.

68 En nuestro colegio hay muchas palmeras que tienen una maceta bastante interesante. Los recipientes en los que están plantadas se llaman expuertas. ¿Sabrías decir para que sirven realmente?. Pues resulta que generalmente se utilizan para transportar escombros en obras de pequeña entidad, si bien, puede usarse para muchas cosas mas. Trata de buscar la de la fotografía y con la ayuda de un metro trata de calcular el área de la expuerta y el volumen de tierra que hay dentro de ella.

69 ¿Alguna vez te habías fijado en la forma tan rara que tienen las papeleras del colegio? La verdad es que son bastante curiosas y cuando llueve se llenan de agua. Con la ayuda de un metro, calcula cuanta lluvia debería caer sobre la papelera para conseguir que ésta rebose.

12.1 Puerta de Europa de Madrid

Las Torres Puerta de Europa, conocidas con el sobrenombre de KIO, por la promotora Kuwait Investments Office que construyó parte de ellas, fueron diseñadas por los arquitectos estadounidenses Philip Johnson y John Burgee en 1989, siendo los primeros rascacielos inclinados del mundo. Actualmente la Puerta de Europa son las segundas torres gemelas más altas de España, tras las Torres de Santa Cruz en Santa Cruz de Tenerife, de 120 metros de alto.

Actualmente las torres son propiedad de las compañías Bankia y la inmobiliaria Realia.

Son dos torres de cristal, granito y metal, de una gran altura que se reparte entre 27 plantas de oficinas y en la que destaca su inclinación respecto a la vertical. La torre de la izquierda en dirección salida de Madrid se conoce como Puerta de Europa I, en tanto que la otra se conoce como Puerta de Europa II.

El secreto de la construcción se basa en que la mayor parte del peso descansa sobre un eje central de hormigón y acero, mientras que la parte "inclinada" de la torre es mucho más ligera. En las fachadas destacan los planos cuadrados hechos a base de cristales oscuros, rebordes y diagonales de acero inoxidable, además de líneas rectas de color rojas que remarcan más la inclinación.

Para evitar su confusión, la primera de las torres dispone de un helipuerto pintado en color azul y la segunda en rojo.

Después de la construcción se produjo un juicio llamado el "caso KIO", en el que se condenó al empresario español Javier de la Rosa por el desvío de más de 375 millones de euros del grupo KIO y de su filial española Grupo Torras. Uno de los acusados del 11-M supuestamente declaró antes del atentado su intención de no descansar hasta que hubiese derribado las Torres KIO.

La fisionomía de la plaza Puerta de Europa y los alrededores de las torres KIO, cambiaron drásticamente a mediados de 2009 con la construcción del Obelisco de la Caja en la rotonda central de la plaza, con motivo del 300 aniversario de Caja Madrid.

Entre sus peculiares características podemos citar, por ejemplo, que no todos sus ascensores llegan a la última planta debido a su inclinación, esto hace que cada planta tenga una distribución diferente al estar el hueco de los ascensores en un lugar distinto en cada planta. Una de las torres es un centímetro más alta que la otra.

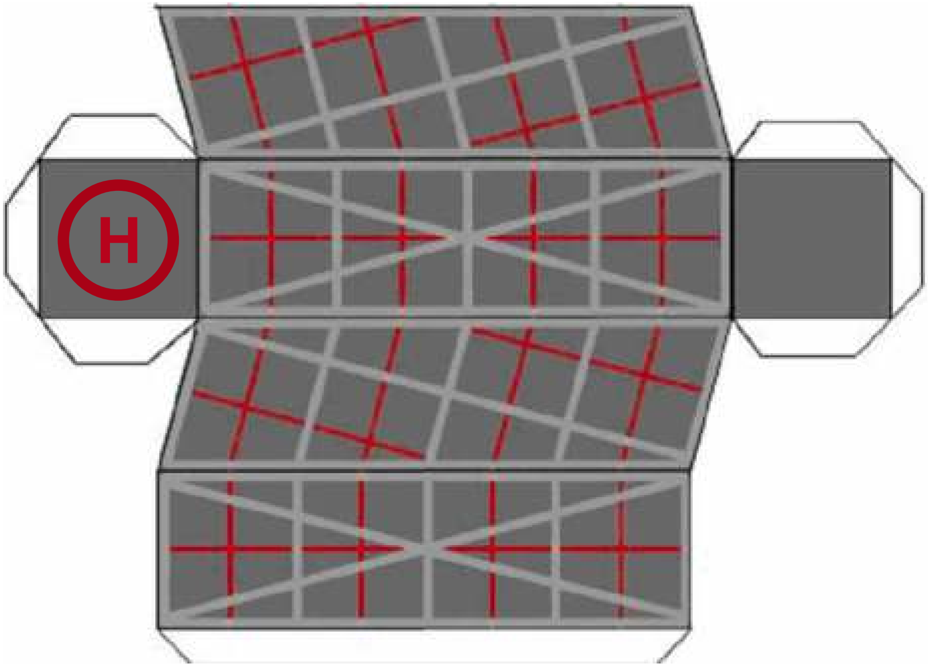
Las torres sirvieron de escenario para el rodaje de la película 'El día de la bestia' de Alex de la Iglesia, quien las presentó como un signo diabólico, el lugar donde se supone que vendrá al mundo el anticristo.

12.2 ¡Podemos medir la Torre KIO!

Como ya hemos visto en sesiones anteriores, la escala y la maquetación son dos herramientas de gran utilidad para conocer nuestro mundo.

En la lección 8 aprendimos a conocer el mundo a través de planos a escala. Si en esa sesión descubrimos el mundo a través de planos, en esta lo haremos a través de objetos tridimensionales. Para ello, construiremos una sencilla maqueta de las torres KIO.

Para ello recortaremos el desplegable de tal torres KIO que nos entregará el profesor en formato A3 y lo montaremos hasta tener nuestra maqueta terminada.



70 ¿Cuál es la altura de la torre en la maqueta?

71 La altura real de la torre es de 114 m. ¿Cuál es la escala de la maqueta?

72 ¿Cuál es la inclinación de la maqueta?. Pista, debes usar la trigonometría

73 ¿Cuál es la inclinación de la torre en la realidad?

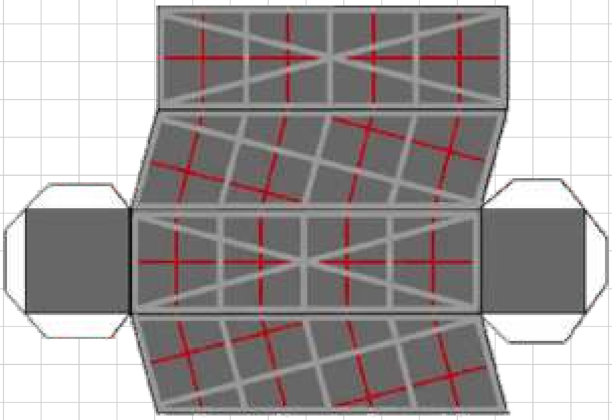
74 ¿Cuál es la inclinación de la maqueta?. Pista, debes usar la trigonometría

75 ¿Cuál es la inclinación de la torre en la realidad?

76 Halla el área de la base en la maqueta

77 ¿Cuál será el área de la base de la torre real?

78 Halla el área de cada una de las caras la torre en la maqueta. Indícalo en el desarrollo.



79 ¿Cuál es el área total de las cuatro caras inclinadas de la torre?

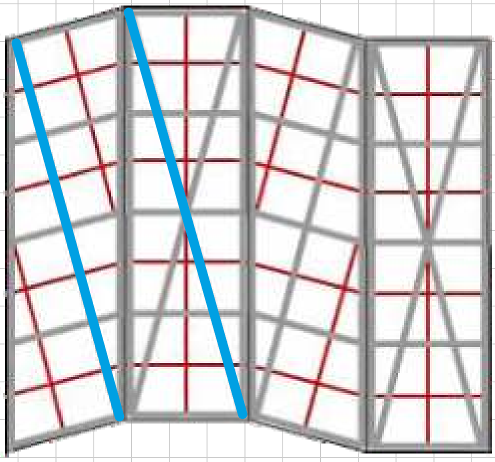
80 Si un servicio de limpieza cobra 0,35€ por cada metro cuadrado de limpieza de cristal ¿cuanto cuesta limpiar toda la torre?

81 Calcula el volumen de la torre de la maqueta

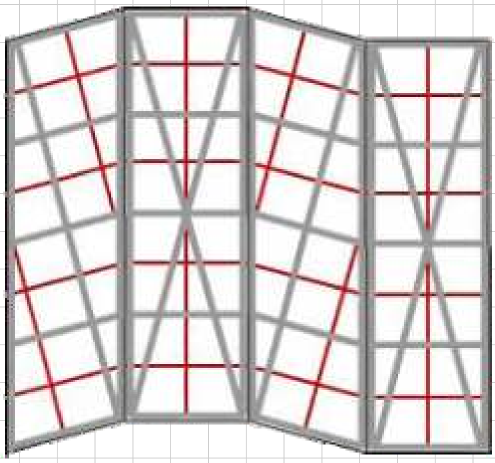
82 ¿Cuál es el volumen de la s 2 torres KIO reales?

83 Comprueba que se verifica el teorema de Pitágoras en las medidas de las aristas y de la altura de la maqueta. Escribe aquí las medidas y los cálculos:

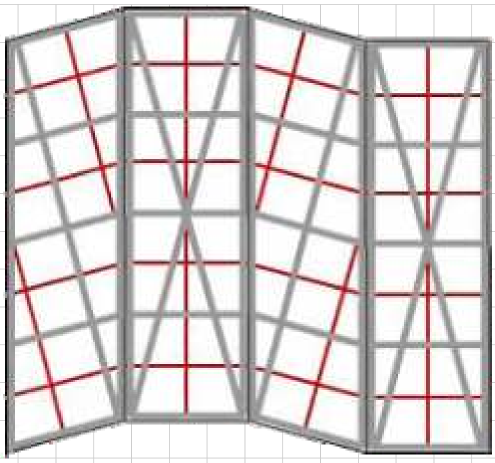
84 ¿Son paralelas las diagonales de las caras laterales señaladas en azul?



85 Busca triángulos semejantes en la fachada



86 Enuncia el Teorema de Tales sobre algunos triángulos y segmentos del desarrollo de la fachada



YT.1 https://www.youtube.com/watch?v=E1uWLydHTqA

YT.2 https://www.youtube.com/watch?v=Tkb7T8nZ3mg (0:00 - 4:35)

YT.3 https://www.youtube.com/watch?v=-v7pWtlX6oY

YT.4 https://www.youtube.com/watch?v=x0_FHjZnTe8

YT.5 https://www.youtube.com/watch?v=0Z3Ke00MDkU

YT.6 https://www.youtube.com/watch?v=cG_ki3My9F8

YT.7 https://www.youtube.com/watch?v=wanFUONxPsk

YT.8 https://www.youtube.com/watch?v=Tnthw2u4GTk

YT.9 https://www.youtube.com/watch?v=Jo7NuGn7y14

YT.10 https://www.youtube.com/watch?v=iK3T4iwbKkE

YT.11 https://www.youtube.com/watch?v=rdPkih7GB-k

YT.12 https://www.youtube.com/watch?v=EGQ_NQcAy28

YT.13 https://www.youtube.com/watch?v=sAjtYwXy5Bc (0:00 - 4:22)

YT.14 https://www.youtube.com/watch?v=pIdeLhvD0nA

YT.15 https://www.youtube.com/watch?v=Ri9z7iPnFv0

YT.16 https://www.youtube.com/watch?v=sAjtYwXy5Bc

YT.17 https://www.youtube.com/watch?v=KpWkP46CWMY

YT.18 https://www.youtube.com/watch?v=JtL_PXHvsJI

YT.19 https://www.youtube.com/watch?v=dGQS0wyWWIs

YT.20 https://www.youtube.com/watch?v=cswNrRHbSR4

YT.21 https://www.youtube.com/watch?v=gqIeiunC9JY

YT.22 https://www.youtube.com/watch?v=2tJL7jDvvPk

YT.23 https://www.youtube.com/watch?v=sbF85d4A5PU

YT.24 https://www.youtube.com/watch?v=wYmMIO2dNwM

YT.25 https://www.youtube.com/watch?v=wLICfPqRlhM